

Una revisión de la concepción popperiana de la ciencia empírica

Jorge Alfredo Roetti*

Ar

9-30

Resumen

La doctrina popperiana de las ciencias empíricas es sólida y prestigiosa. Ella carece de defectos cuando las “reglas de paso” de hipótesis a enunciados básicos son reglas de fundamento suficiente, y los grados de fundamento de los enunciados empíricos son los que Popper admite, como confirmación y falsación. Sin embargo el sistema se puede ampliar si aceptamos algunos otros grados de fundamento, incluidas las probabilidades, y otras reglas de paso que sean de fundamento insuficiente o falible. Tales reglas más débiles nos permiten aumentar las posibilidades de construcción de las ciencias

Abstract

The Popperian theory for empirical sciences is indeed strong and authoritative. It lacks of defects, if the “transition rules” from hypotheses to basic statements are rules of sufficient foundation, and the foundation degrees for empirical statements are those Popper allows, for example falsification and confirmation. The system of science however may be enlarged if we accept some different foundation degrees, even probabilities, and weaker “transition rules” as those of insufficient or fallible foundation. A weaker rule allows us to increase the structural possibilities in the building of empirical sci-

* CONICET. Académico Correspondiente de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires. Academia Scientiarum et Artium Europaea, Salzburg, Austria. Académie Internationale de Philosophie des Sciences, Bruselas, Bélgica. Correo electrónico: jorge.roetti@speedy.com.ar

empíricas y nos autorizan a considerar al sistema popperiano, a pesar de su solidez, como un modo particular de construcción de las ciencias empíricas.

Palabras claves: Popper – falsación – confirmación

ences and enables us to consider the Popperian system, despite its strength, as a particular way in the building of empirical sciences.

Key words: Popper – falsification – confirmation

Introducción

Karl Raimund Popper nació en Viena el 28 de julio de 1902 y murió en Londres el 17 de septiembre de 1994. Tuvo una influencia decisiva en el desarrollo de la teoría de la ciencia, de la historiografía, de la teoría política, como también de la filosofía del siglo XX. Aquí recordaremos brevemente algunas de sus ideas centrales sobre la fundamentación en las ciencias empíricas, para luego ensayar algunas modificaciones posibles de la misma y un intento de generalización.

A lo largo de la historia muchos filósofos buscaron fundar la ciencia empírica en la inducción falible, según la cual una hipótesis sobre algún aspecto del mundo fenoménico que es repetidamente confirmada por la experiencia, se puede considerar una ley verdadera. Pronto otros filósofos más prudentes atenuaron esa pretensión, asignando a la hipótesis confirmada solo la posibilidad, y luego una alta probabilidad, de ser verdadera, y continuaron utilizando la inducción falible como un instrumento central de la lógica de la ciencia empírica. Naturalmente ya muchos filósofos habían rechazado la inducción falible como método lógicamente defendible. Por ejemplo David Hume en el siglo XVIII la había rechazado como regla de fundamentación por motivos lógicos, puesto que a partir de un conjunto finito de casos particulares no se puede concluir una ley universal. Sin embargo la admitía por motivos pragmáticos, por sus éxitos anteriores: en el pasado había funcionado casi siempre, así que posiblemente ocurrirá lo mismo en el futuro. Sin embargo Hume advierte que este intento de justificar la inducción falible mediante reiteración comete la falacia de círculo vicioso.

Popper supera la crítica de Hume y rechaza toda inducción falible como instrumento de verificación de “leyes” científicas al sostener la primacía de las teorías. Esta idea fue antes expresada por Albert Einstein y repetida por Werner Karl Heisenberg: “Einstein me dijo: el hecho de que usted pueda observar una cosa o no, depende de la teoría que usted use. Es la teoría la que decide lo que puede ser observado”. Popper admite que las experiencias sensibles y los experimentos solo surgen a partir de teorías previas. Por muy imperfectas que sean, las teorías anteceden a los hechos, pero se necesita la experiencia (los intentos de refutación) para distinguir qué teorías son aceptables en la ciencia y cuáles no. Desde este punto se desarrolla la “lógica de la ciencia” popperiana con sus ideas de *confirmación* y *falsación*. Por nuestra parte intentaremos generalizar esas nociones popperianas de un modo que, a nuestro parecer, se aproxima más a la práctica científica habitual.

Reglas de paso y grados de fundamento

En este trabajo utilizamos las nociones de “grado de fundamento” de enunciados, que abreviamos ‘gf’, y “regla de paso” entre enunciados. Los procesos deductivos

—más o menos confiables— parten de enunciados llamados *premisas*, para llegar a enunciados llamados *conclusiones*. Llamamos *reglas de paso* a las reglas que permiten el paso de premisas a conclusiones. Distinguimos dos grandes especies de reglas de paso:

(1) ‘ \vdash ’: es una regla de paso perfecta o de “razón suficiente”, lo que significa que la regla asegura que la conclusión hereda (al menos) el grado de fundamento de su premisa menos fundada.

(2) ‘ \vdash ’: es una regla de paso imperfecta o de “razón insuficiente”, es decir una regla que garantiza que la conclusión herede un fundamento de las premisas, pero no asegura que ese grado de fundamento sea el de su premisa menos fundada; puede ser menor o nula.

Los grados de fundamento, **gf**, de enunciados son una generalización de otras nociones usuales en la lógica, como las nociones semánticas ‘verdadero’ y ‘falso’, que se suelen abreviar con ‘1’ y ‘0’ respectivamente, pero también de nociones pragmáticas como ‘verificado’, ‘falsado’, ‘confirmado’, etc. Aquí distinguiremos algunos grados de fundamento para enunciados *t*:

- *t* está *suficientemente fundado*, que abreviamos **gf**(*t*) = **sf**, o $\text{sf}t$, cuando el enunciado *t* ha superado todos los cuestionamientos u objeciones posibles. En este caso también podemos decir que el enunciado está *verificado* o es verdadero. Podemos hacer corresponder a **gf**(*t*) = **sf** (o **gf**(*t*) = 1) con la *epistéeme* platónica.

- *t* está *bien fundado*, que abreviamos **gf**(*t*) = **bf** o $\text{bf}t$, cuando el enunciado *t* ha superado todos los cuestionamientos que se le han hecho hasta ahora, pero no se puede asegurar que superará todos los cuestionamientos posibles. El buen fundamento se puede hacer corresponder a la *pístis* o creencia fundada platónica, o la *confirmación* popperiana.

- *t* está simplemente *fundado*, que abreviamos **gf**(*t*) = **f** o $\text{f}t$, cuando *t* ha superado al menos un cuestionamiento.

- *t* está *insuficientemente fundado*, que abreviamos **gf**(*t*) = **if**, o $\text{if}t$, cuando *t* ha superado algún cuestionamiento, pero no todos los cuestionamientos posibles.

- *t* está *mínimamente fundado*, que abreviamos **gf**(*t*) = **mf**, o $\text{mf}t$, cuando *t* ha superado solo un cuestionamiento posible.

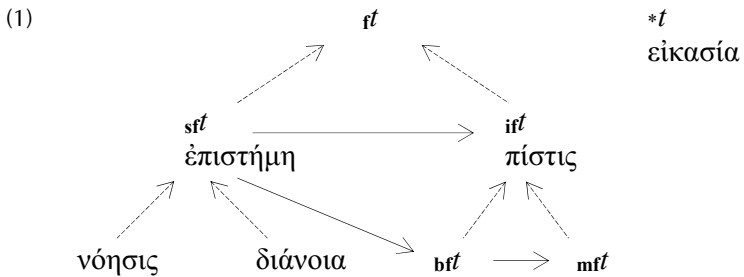
- *t* está *no fundado*, que abreviamos **gf**(*t*) = * o $\text{*}t$, cuando *t* no ha superado ningún cuestionamiento. Podemos hacerlo corresponder a la *eikasía* o *mera opinión* platónica.

Si un enunciado no puede superar al menos algún cuestionamiento, tradicionalmente se le asignaba el grado de fundamento falso o 0, $gf(t) = 0$, pero esto se puede matizar.

Una de las formas de hacerlo es expresar los grados de fundamento con números. Uno de los métodos más usados son las medidas de probabilidad en el intervalo cerrado $0 \leq q \leq 1$, donde 0 es la falsedad, 1 la verdad y q un número racional intermedio que nos da la probabilidad de un estado de cosas (no es preciso recurrir a números irracionales).

Las probabilidades no son la única forma numérica de medir grados de fundamento, pero son las más usuales.

A continuación presentamos un esquema que organiza todos los anteriores tipos de fundamento en una estructura de clasificación platonizante de géneros y especies, que toma el siguiente aspecto:



Las flechas de trazos muestran las relaciones entre especies y géneros, en tanto que las flechas enteras corresponden a relaciones entre los conceptos arriba definidos.

Para Platón la ἐπιστήμη tenía como referencia al dominio de los enunciados para los que se puede dar un fundamento suficiente, pero este se subdividía en dos géneros, según que el conocimiento fuera νόησις, o διάνοια. La νόησις era un conocimiento intuitivo cuyos objetos son ideas inaccesibles a través de la sensibilidad (los νοοῦμενα), conceptos invariables de la razón. Por su parte la διάνοια estaba constituida por el saber matemático, a cuyos objetos (los μαθηματικά) se accedía mediante un soporte sensible, por lo que eran construcciones simbólicas hipotéticas que se conocían deductivamente (estos temas son tratados en detalle en Roetti, 2014; 2016).

Los “silogismos popperianos”

Llamamos “silogismos popperianos” a los procesos de fundamentación de tesis ‘t’ que tienen una regla de paso “perfecta”, o de fundamento suficiente, ‘ \vdash ’, entre premisas y conclusión. Esa regla de paso asegura que el grado de fundamento de la conclusión sea (al menos) igual al grado de fundamento mínimo o ‘**fm**’ del conjunto de premisas ‘**H**’, brevemente ‘**fmH**’. Este grado de fundamento mínimo **fm** es el grado de fundamento de la premisa peor fundada del conjunto **H**. Esta regla se llama *regla fuerte de fundamento mínimo* o ‘**rffm**’, que expusimos en nuestro libro *Cuestiones de fundamento* (Roetti, 2014). Su esquema es el siguiente:

$$(rffm) \mathbf{H} \vdash t, \text{ con } gf(t) =_{\mathbf{fm}} \mathbf{H}.$$

Los silogismos popperianos admiten hipótesis que en general carecen de un fundamento suficiente, lo que hemos simbolizado $_{if}h_i$ con el subíndice prefijo ‘if’ de “insuficientemente fundado” y el subíndice sufijo ‘i’ como número de orden de la hipótesis en el conjunto **H**. Puesto que las hipótesis pueden ser insuficientemente fundadas llamamos a estos silogismos deducciones hipotéticas. Hoy se los considera silogismos científicos, pero no era así para Aristóteles, quien por ese posible defecto de fundamentación de las premisas ya los consideraba silogismos dialécticos. El silogismo científico aristotélico requería no solo que la regla de paso fuera de fundamento suficiente, ‘ \vdash ’, sino que exigía además que todas las premisas fuesen suficientemente fundadas.

El esquema habitual de un silogismo popperiano es al menos de la forma siguiente:

$$(2) \quad {}_{sf}h_{1'} \quad {}_{sf}h_{2'} \quad \dots \quad {}_{if}h_{i'} \quad \dots \quad {}_{sf}h_n \vdash {}_{if}c.$$

Como vemos, en él se admite al menos una hipótesis insuficientemente fundada ‘ $_{if}h_i$ ’ y el grado de fundamento de la conclusión c es (al menos) igual al grado de fundamento de esa hipótesis insuficientemente fundada. Esto lo podemos abreviar así:

$$(3) \quad \mathbf{H}({}_{if}h_i) \vdash {}_{if}c,$$

es decir, el grado de fundamento de la consecuencia c es (al menos) el grado de fundamento mínimo del conjunto de hipótesis **H**, en este caso el grado de insuficientemente fundado, ‘if’.

Una fundamentación con premisas suficientemente fundadas y regla de paso perfecta es ciencia en sentido aristotélico, lo que resulta ser un caso límite fuerte de las fundamentaciones científicas popperianas. A continuación describiremos lo

que nosotros llamamos “ciencia popperiana”, que es a su vez una generalización de lo que Popper llamó “ciencia” en su *Lógica de la investigación científica* (1934).

La ciencia popperiana como forma débil de razón suficiente

Para generalizar la idea de ciencia que propuso Popper recordaremos brevemente sus ideas sobre contrastación, confirmación y falsación, y luego propondremos una serie de generalizaciones posibles, que nos parece que respetan el estilo de ciencia en que pensaba Popper, pero que recuperan algunas formas de fundamentación insuficiente que él había rechazado. Dicho de otro modo, propondremos un esquema de ciencia bastante general, uno de cuyos casos límite será la ciencia empírica en que pensaba Popper.

Para Popper toda fundamentación científica deben tener una regla de paso de razón suficiente, que hemos simbolizado con \vdash^2 , como ocurre con la regla **rffm**. Eso garantiza que el grado de fundamento, **'gf'**, de la conclusión sea (al menos) igual al grado mínimo de fundamento, **'fm'**, de las premisas, o 'fmH' . El grado de fundamento de la conclusión podría ser mayor que 'fmH' , pero no en razón de la regla de paso \vdash^2 , sino por algún otro motivo externo, como puede ser otra deducción a partir de premisas mejor fundadas, o una contrastación empírica con un grado de fundamento mayor que el que tenían las premisas. A su vez los silogismos científicos aristotélicos tienen la exigencia suprema de que todas sus premisas sean suficientemente fundadas, es decir con valor '1', por lo que también la conclusión tendrá ese grado de fundamento supremo.

Las fundamentaciones de estilo popperiano estricto suelen tener premisas hipotéticas –las conjeturas de Popper–. Si no se les ha encontrado hasta el momento contraejemplos, se las considera *bien fundadas*, **'bf'**. La contrastación comienza poniendo a prueba el grado de fundamento de la conclusión. Si esta supera la prueba y el grado de fundamento es al menos **'bf'** –es decir sin contraejemplos–, entonces es posible, aunque no seguro, que esa conclusión tenga fundamento suficiente, lo que equivale a la posibilidad de que sea demostrable o verdadera sin restricciones. En tal caso las premisas continuarían siendo bien fundadas y hasta sería posible que tengan fundamento suficiente. De ese modo la conclusión y las premisas quedan confirmadas, es decir no resultan falsadas. En cambio, cuando la contrastación empírica encuentra contraejemplos, da a la conclusión el grado de fundamento 'falso' o '0', y entonces por *modus tollens* se transmite necesariamente esa falsedad a la conjunción de las premisas o, lo que es lo mismo, “se falsa” su conjunción. Allí comienza otra discusión: la del carácter definitivo o provisorio de sus falsaciones, un gran tema que provocó la teoría de la ciencia popperiana, que por razones de brevedad evitaremos en este trabajo.

Lo anterior se expresa mediante un simbolismo simple. La lógica de la ciencia popperiana en sentido estricto reposa sobre algunas reglas para la implicación constructiva: las reglas para la condición suficiente y para la condición necesaria. Las reglas más importantes para la condición suficiente son:

el *modus ponens*

$$A \rightarrow B, A \vdash B$$

y el *modus tollens*

$$A \rightarrow B, \neg B \vdash \neg A$$

Las reglas para la condición necesaria se presentan inicialmente como dos falacias (que simbolizamos con un '*' antepuesto):

falacia de afirmar el consecuente en el *modus ponens*:

$$* A \rightarrow B, B \vdash A,$$

falacia de negar el antecedente en el *modus tollens*:

$$* A \rightarrow B, \neg A \vdash \neg B.$$

Estas se transforman en reglas lógicas admisibles de dos maneras. La primera, mediante el recurso a la lógica modal con conclusiones solo posibles:

“El consecuente es condición suficiente de la posibilidad del antecedente”.

“La negación del antecedente es condición suficiente de la posibilidad de la negación del consecuente”.

Si simbolizamos el operador de posibilidad con 'Ñ', estas deducciones toman la siguiente forma:

Modus ponens modal para la posibilidad del antecedente:

$$A \rightarrow B, B \vdash \nabla A.$$

Modus tollens modal para la posibilidad de la negación del consecuente:

$$A \rightarrow B, \neg A \vdash \nabla \neg B$$

La segunda manera es mediante reglas de paso de fundamento insuficiente, ' \vdash '. Estas no garantizan que la conclusión herede un grado de fundamento de las premisas, pero nos da al menos motivos para creer en su posibilidad. Esto nos da las siguientes reglas:

Regla de "confirmación falible del antecedente":

$$A \rightarrow B, B \vdash A.$$

Regla de "falsación falible del consecuente":

$$A \rightarrow B, \neg A \vdash \neg B.$$

La regla de "confirmación falible del antecedente", es un *modus ponens débil*, que dice que una confirmación del consecuente confirma mediata y faliblemente el antecedente. Esta regla de paso de fundamento insuficiente es precisamente la que Popper denominó 'confirmación'. La segunda, o regla de "falsación falible del consecuente", es un *modus tollens débil*, que dice que la falsación del antecedente falsa mediata y faliblemente el consecuente. No recordamos que Popper haya usado explícitamente esta última regla, pero ella sería plenamente compatible con su teoría de la confirmación mediata. Por lo tanto las dos últimas reglas de razón insuficiente por un lado esquematizan y por el otro amplían la confirmación popperiana.

Resumiendo, una teoría de la ciencia de estilo popperiano nos dice:

1. Que tanto la confirmación empírica del antecedente como la falsación empírica del consecuente, con una regla de paso de fundamento **suficiente**, son *condiciones suficientes* de la confirmación mediata *deductiva* del consecuente o de la falsación mediata *deductiva* del antecedente.
2. Que tanto la confirmación empírica del consecuente como la falsación empírica del antecedente, con una regla de paso de fundamento **insuficiente**, solo son *condiciones necesarias* de la confirmación mediata falible y *no deductiva* del antecedente o de la falsación mediata falible y *no deductiva* del consecuente.

Es obvio que la confirmación mediata no deductiva es falible. De este modo aparece una asimetría lógica entre el par *modus ponens* y *modus tollens*, por un lado, que corresponden a la condición suficiente, y el par de reglas de confirmación y falsación mediatas falibles no deductivas que dimos luego, que son formas débiles de fundamento insuficiente y corresponden a la condición necesaria. Esto nos permite decir que, aunque Popper no lo haya expresado en esos términos, admitió

reglas de fundamentación insuficiente en su teoría de la ciencia, más precisamente para las reglas de confirmación y falsación no deductivas.

Es importante insistir en que, en su forma originaria, en una ciencia empírica la confirmación popperiana de una conclusión individual tiene dos aspectos:

1. Debe existir una teoría con una regla de fundamentación suficiente, ' \vdash ', y, al menos en su versión originaria, con hipótesis universales bien fundadas –es decir que no tengan contraejemplos conocidos– que trasmita deductivamente ese buen fundamento a una conclusión individual.
2. Cuando se contrasta empíricamente esa conclusión, si la experiencia no propone objeciones, entonces la conclusión está bien fundada con una doble confirmación, la primera deductiva dentro de la teoría y la segunda empírica. Sobre esa base un científico queda habilitado para sostener faliblemente todo el sistema de hipótesis de la teoría.

De lo anterior surge que, en primer lugar, si nuestra fundamentación nos permite afirmar que una conclusión individual está bien fundada, eso implica modalmente que es posible su fundamentación suficiente mediante algún otro método de contrastación, lo que podemos simbolizar así:

$$(4) \quad \mathbf{bf}c \vdash \nabla_{\mathbf{sf}}c, \text{ de lo que obtenemos: } \mathbf{bf}c \vdash \mathbf{bf}c \wedge \nabla_{\mathbf{sf}}c.$$

En segundo lugar, sabemos que si $\mathbf{bf}c$, eso es compatible con el buen fundamento de todas sus premisas. Y de ese buen fundamento podemos concluir modalmente:

$$(5) \quad \mathbf{bf}H \vdash \nabla_{\mathbf{sf}}H, \text{ y de ella deducimos: } \mathbf{bf}H \vdash \mathbf{bf}H \wedge \nabla_{\mathbf{sf}}H.$$

Estos fundamentos son suficientes, por lo que los expresamos a continuación como teoremas modales con el signo ' \vdash ' de fundamentación suficiente. Pero no son los que corresponden a la práctica científica del pasaje de la confirmación popperiana del consecuente a la confirmación de la conjunción de premisas. Esta se simboliza mejor con reglas de fundamentación insuficiente, ' $\vdash\sim$ ', como las que ponemos a la derecha de los mencionados teoremas modales:

$1\mathbf{m.} \quad \mathbf{bf}c \quad \vdash \nabla_{\mathbf{bf}}H$	o	$1\mathbf{if.} \quad \mathbf{bf}c \quad \vdash \mathbf{bf}H,$
$2\mathbf{m.} \quad \nabla_{\mathbf{sf}}c \quad \vdash \nabla_{\mathbf{sf}}H$	o	$2\mathbf{if.} \quad \nabla_{\mathbf{sf}}c \quad \vdash \nabla_{\mathbf{sf}}H \quad \text{y}$
$3\mathbf{m.} \quad \mathbf{bf}c \wedge \nabla_{\mathbf{sf}}c \quad \vdash \mathbf{bf}H \wedge \nabla_{\mathbf{sf}}H$	o	$3\mathbf{if.} \quad \mathbf{bf}c \wedge \nabla_{\mathbf{sf}}c \quad \vdash \mathbf{bf}H \wedge \nabla_{\mathbf{sf}}H.$

Las reglas con una ' \mathbf{m} ' pospuesta son reglas modales de fundamentación suficiente, y las que tienen un ' \mathbf{if} ' pospuesto son reglas de fundamentación insuficiente. La regla ' $1\mathbf{if}$ ' es la que caracteriza precisamente la confirmación popperiana de las premisas, que supone su buen fundamento y es una consecuencia falible de

la previa confirmación o buen fundamento de la conclusión. Las reglas modales se fundamentan en la lógica modal constructiva de primer orden, más las definiciones dadas más arriba.

Sabemos que la falsación popperiana permite deducir la falsedad de la conjunción de hipótesis universales a partir de la falsedad de la conclusión individual. La falsación de esa conclusión individual tiene dos aspectos: en primer lugar se dedujo su buen fundamento a partir del buen fundamento de sus hipótesis; en segundo lugar se la puso a prueba y se la falsó empíricamente. Y como la falsedad domina, ella se trasmite por *modus tollens* al sistema de hipótesis. El esquema de la falsación popperiana clásica es entonces el siguiente:

$$(6) \quad \begin{array}{l} \text{Si } \mathbf{r_mH} = \mathbf{bf} \vdash \mathbf{gf}(c) = \mathbf{bf} \\ \text{pero } \mathbf{gf}(c) = 0, \\ \text{entonces } \mathbf{gf}(c) = 0 \vdash \mathbf{r_mH} = 0. \end{array}$$

En el caso de la contrastación popperiana en las ciencias empíricas no tenemos otros grados de fundamento que el buen fundamento –que es confirmable, pero permanece derrotable–, y la falsedad confirmada. La verdad, o fundamento suficiente, no se demuestra en la ciencia empírica, por lo que no aparece como un grado de fundamento en la terminología popperiana para dicha ciencia. Además resulta claro que Popper admitió, con otra terminología, que la confirmación directa de una conclusión individual es una fundamentación insuficiente y que el paso de la confirmación directa de esa conclusión a la confirmación indirecta de la conjunción de sus premisas también es una fundamentación insuficiente. En seguida generalizaremos la misma.

Una generalización de la ciencia popperiana

Nos preguntamos ahora qué ocurre cuando admitimos otros grados de fundamento, además del par semántico ‘verdadero’ – ‘falso’, el par sintáctico ‘demostrado’ – ‘no demostrado’ (o ‘teorema’ – ‘no teorema’), o los grados pragmáticos ‘corroborado’ y ‘falsado’, que se combinaron con los grados semánticos y sintácticos. Esto ocurre de hecho en las ciencias, especialmente empíricas, y sobre ello insistimos en este trabajo.

Debemos recordar que la regla básica de toda ciencia popperiana, aún generalizada –como la que consideraremos a continuación–, respeta la *regla fuerte de fundamento mínimo* **rffm** que definimos arriba.

En una ciencia popperiana generalizada se modifican tanto la noción de confirmación como la de falsación. Para verlo comenzamos con la noción de confirmación. Recordemos que en su forma inicial una fundamentación popperiana general no solo satisface la **rffm**, sino que además supone el buen fundamento inicial de las hipótesis. A partir de allí se organiza toda la teoría de la confirmación popperiana. Para Popper, las premisas de una deducción hipotética en la ciencia empírica deben estar confirmadas, lo que equivale a decir “bien fundadas”, ya que para él una premisa es aceptable solo cuando no hay motivos para rechazarla. Además Popper piensa en deducciones plenamente confiables del tipo ‘ \vdash ’, por lo que la conclusión individual debe heredar el buen fundamento de las premisas. Luego se contrasta empíricamente esa conclusión. Si se confirma ese buen fundamento, eso permite concluir insuficientemente el buen fundamento como fundamento mínimo de la conjunción de hipótesis. Lo simbolizamos con el esquema siguiente, que corresponde a la contrastación y confirmación popperiana en sentido estricto:

$$(7) \quad \begin{array}{l} \text{Si } {}_{\text{fm}}\mathbf{H} = \mathbf{bf} \vdash \mathbf{gf}(c) = \mathbf{bf} \\ \text{y } \mathbf{gf}(c) = \mathbf{bf}, \\ \text{entonces } \mathbf{gf}(c) = \mathbf{bf} \vdash {}_{\text{fm}}\mathbf{H} = \mathbf{bf} \end{array}$$

A continuación generalizaremos las expresiones anteriores admitiendo como grados de fundamento mínimo, ‘ ${}_{\text{fm}}'$ ’, para la conjunción de las conjeturas a números racionales entre 0 y 1. Sea el grado de fundamento de una tesis t : $\mathbf{gf}(t) = \mathbf{q}$, donde \mathbf{q} es un número racional tal que $0 < \mathbf{q} < 1$. La regla fuerte de fundamento mínimo **rffm** se generaliza del modo siguiente:

$$(8) \quad \mathbf{H} \vdash c, \quad \text{donde } \mathbf{gf}(c) = {}_{\text{fm}}\mathbf{H} = \mathbf{q} \quad (\text{con } 0 < \mathbf{q} < 1)$$

A partir de aquí nos proponemos generalizar el esquema de falsación que dimos en (6). Supongamos que una deducción hipotética otorga a la conclusión individual el grado de fundamento \mathbf{q}_1 , pero resulta que su contrastación empírica le concede el grado de fundamento $\mathbf{q}_2 < \mathbf{q}_1$. Se nos presentan entonces numerosas variantes posible para una regla de falsación generalizada. La primera generalización de la falsación que proponemos es muy permisiva o generosa, y por lo tanto muy discutible:

$$(9) \quad \begin{array}{l} \text{Si } {}_{\text{mf}}\mathbf{H} = \mathbf{q}_1 \vdash \mathbf{gf}(c) = \mathbf{q}_1 \\ \text{pero } \mathbf{gf}(c) = \mathbf{q}_2 \quad (\text{con } \mathbf{q}_2 < \mathbf{q}_1), \\ \text{entonces } \mathbf{gf}(c) = \mathbf{q}_2 \vdash {}_{\text{mf}}\mathbf{H} = \mathbf{q}_2. \end{array}$$

Este tipo de “falsación” generalizada no concluye que la conjunción de las premisas sea falsa, como ocurre en el caso de la falsación clásica popperiana que

dimos en (6), sino que baja el grado de fundamento mínimo, ' q_m ', de la conjunción hipotética mediante una regla de paso de razón insuficiente, cuando el grado de fundamento de la contrastación empírica de la conclusión es menor que el grado que le había concedido su deducción hipotética. La falsación popperiana clásica (6) es un caso límite de (9), pero de fundamento suficiente. La falsación generalizada (9) es una regla de deducción de razón insuficiente, que reposa, como la falsación popperiana clásica, en el *modus tollens*.

Las restantes falsaciones posibles serían casos intermedios entre (6) y (9). Los grados posibles de falsación entre esos extremos están dados por la clase de falsaciones (posiblemente infinita) del siguiente esquema:

$$(10) \quad \begin{array}{l} \text{Si } {}_{mf}\mathbf{H} = q_1 \vdash \mathbf{gf}(c) = q_1 \\ \text{pero } \mathbf{gf}(c) = q_2 \text{ (con } 0 \leq q_2 < q_1), \\ \text{entonces } \mathbf{gf}(c) = q_2 \vdash {}_{mf}\mathbf{H} = q_3, \text{ (con } 0 \leq q_3 \leq q_2). \end{array}$$

¿Cómo se elige un grado de falsación intermedio para un caso específico? Obviamente no se trata de un problema formal, sino material. El grado de fundamento derivado más seguro, que por lo tanto siempre podemos elegir sin temor de cometer falacias, es sin dudas el de (6), donde $q_3 = 0$, que niega todo grado de confirmación a ${}_{mf}\mathbf{H}$, y el grado de fundamento más inseguro es el de (9), cuando $q_3 = q_2$, que otorga a ${}_{mf}\mathbf{H}$ el mismo grado de confirmación q_2 que asignamos a $\mathbf{gf}(c)$. Un grado de fundamento derivado para ${}_{mf}\mathbf{H} = q_3$ intermedio entre 0 y q_2 , dependerá de consideraciones externas, como por ejemplo, si los grados de confirmación son medidas de probabilidad y la probabilidad q_2 para $\mathbf{gf}(c)$ permite calcular una probabilidad posiblemente menor q_3 para ${}_{mf}\mathbf{H}$.

Vayamos ahora a una generalización del esquema de confirmación. Si la confirmación empírica de la conclusión c le otorga a esta un grado de fundamento q_2 al menos no menor al grado de fundamento deductivo inicial q_1 , entonces se puede generalizar la confirmación mediata popperiana de varias maneras. Dos grados extremos son los siguientes:

$$(11) \quad \begin{array}{l} \text{Si } {}_{fm}\mathbf{H} = q_1 \vdash \mathbf{gf}(c) = q_1 \\ \text{y } \mathbf{gf}(c) = q_2 \text{ (con } q_1 \leq q_2), \\ \text{entonces } \mathbf{gf}(c) = q_2 \vdash {}_{fm}\mathbf{H} = q_1. \end{array}$$

$$(12) \quad \begin{array}{l} \text{Si } {}_{fm}\mathbf{H} = q_1 \vdash \mathbf{gf}(c) = q_1 \\ \text{y } \mathbf{gf}(c) = q_2 \text{ (con } q_1 \leq q_2), \\ \text{entonces } \mathbf{gf}(c) = q_2 \vdash {}_{fm}\mathbf{H} = q_2. \end{array}$$

(11) es una solución conservadora que dice que, si la confirmación empírica de la conclusión le otorga un grado de fundamento $\mathbf{gf}(c) = \mathbf{q}_2$ mayor o al menos igual al grado deducido $\mathbf{gf}(c) = \mathbf{q}_1$, entonces eso confirma débilmente ese grado de fundamento menor inicial de c como fundamento mínimo de las premisas ${}_{\text{fm}}\mathbf{H} = \mathbf{q}_1$.

(12) es una atribución más liberal de grado de fundamento para ${}_{\text{fm}}\mathbf{H} = \mathbf{q}_2$, a partir del grado de fundamento empírico para la conclusión $\mathbf{gf}(c) = \mathbf{q}_2$ (donde $\mathbf{q}_1 \leq \mathbf{q}_2$). No podemos garantizar en todos los casos esta atribución derivada, aunque podría justificarse materialmente en casos específicos.

Siempre podemos introducir grados intermedios entre (11) y (12). El esquema general de todos los casos posibles entre esos extremos lo podemos expresar de la siguiente forma:

$$(13) \quad \begin{array}{l} \text{Si } {}_{\text{fm}}\mathbf{H} = \mathbf{q}_1 \vdash \mathbf{gf}(c) = \mathbf{q}_1 \\ \text{y } \mathbf{gf}(c) = \mathbf{q}_2 \text{ (con } \mathbf{q}_1 \leq \mathbf{q}_2\text{),} \\ \text{entonces } \mathbf{gf}(c) = \mathbf{q}_2 \vdash {}_{\text{fm}}\mathbf{H} = \mathbf{q}_3 \text{ (con } \mathbf{q}_1 \leq \mathbf{q}_3 \leq \mathbf{q}_2\text{).} \end{array}$$

Naturalmente la justificación de los valores para grados intermedios dependerá de consideraciones materiales, como los que aparecen en teoría de la probabilidad.

Críticas y defensas de la inducción falible

Desde sus primeras postulaciones la inducción falible fue atacada y defendida. Uno de los ataques más importantes fue el de Hume, que retoma con especial énfasis Popper. Desde la antigüedad muchos consideraron la inducción falible como un método de invención, aunque otros prefirieron considerarla especialmente como regla de fundamentación. Como método de invención es menos controvertido, por lo que nos ocuparemos de ella especialmente como regla de fundamentación.

Tanto en las ciencias empíricas como en la matemática, la inducción y otros métodos dialécticos, como la semejanza y la analogía, han jugado siempre un gran papel como regla de invención. Euler (1707-1782) se manifestó en ese sentido en numerosas ocasiones. También las palabras de Laplace (1749-1827) fueron claras al respecto: “Aun en las ciencias matemáticas nuestros instrumentos principales para descubrir la verdad son la inducción y la analogía”, y “las relaciones más sencillas son las más comunes, y éste es el fundamento en que descansa la inducción¹”.

¹ Laplace (1814), en Laplace 1878-1912, VII, V y CXXXIX. (Cit. en Polya 1966, 65 y 253.)

Con esto Laplace no hacía otra cosa que glosar el principio de los escolásticos “*simplicitas sigillum veri*” (la sencillez es el sello de lo verdadero). Tanto ellos como Laplace podían entenderlo en forma metafísica, pero aquí preferimos considerarlo como un principio heurístico que aconseja: “comienza por una hipótesis sencilla, que posiblemente sea verdadera”. Johann Carl Friedrich Gauß (1777-1755) era del mismo parecer: “en la teoría de los números sucede con bastante frecuencia que las verdades más bellas brotan por inducción”².

Una importante diferencia con las ciencias empíricas es que en la matemática estos procedimientos dialécticos son un método de invención, pues al matemático no le basta la argumentación dialéctica de lo verosímil, sino que busca una fundamentación apodíctica, una “*Letztbegründung*” (o “fundamento último” en alemán). Esto es habitualmente imposible en las ciencias empíricas.

En el siglo XX Ludwig Wittgenstein” (1889-1951), en el *Tractatus Logico-Philosophicus*, caracterizó la inducción de modo tradicional: “el proceso de inducción consiste en que nosotros adoptamos la ley más simple que se puede hacer concordar con nuestras experiencias”³. De acuerdo con Hume, aclara: “pero este proceso no tiene ninguna fundamentación lógica, sino solamente una psicológica. Es claro que no existe ningún fundamento para creer que ocurrirá verdaderamente el caso más simple”⁴. E inmediatamente comenta: “que el sol saldrá mañana es una hipótesis; y esto significa: no sabemos si saldrá”⁵.

La crítica popperiana a la inducción

Aunque el argumento de Wittgenstein no sea el ataque mayor a la regla de inducción, representa un preludio para el duro ataque de Popper a esa regla, no solo como regla de invención, sino –y muy especialmente– como regla de fundamentación.

² Cit. en Polya 1966, 95. Y no habla aquí de la recursión matemática.

³ Wittgenstein 1921: 6.363. “Der Vorgang der Induktion besteht darin, daß wir das einfachste Gesetz annehmen, das mit unseren Erfahrungen in Einklang zu bringen ist”. (Las traducciones de la obra de Wittgenstein que proponemos son nuestras y no coinciden siempre con las de Enrique Tierno Galván.)

⁴ Wittgenstein 1921: 6.3631. “Dieser Vorgang hat aber keine logische, sondern nur eine psychologische Begründung. Es ist klar, daß kein Grund vorhanden ist, zu glauben, es werde nun auch wirklich der einfachste Fall eintreten”.

⁵ Wittgenstein 1921: 6.36311. “Daß die Sonne morgen aufgehen wird, ist eine Hypothese; und das heißt: wir wissen nicht, ob sie aufgehen wird”.

Aquí hemos sostenido que el ataque popperiano a la inducción, más enfático que el de Wittgenstein, es de esa especie, porque interpreta la inducción como un *proceso de fundamentación que pretende ser de razón suficiente*.

Si la regla de inducción siempre fuera de esa especie, entonces Popper tendría plena razón, pues como tal es una regla falaz. Pero no la tendría si los dialogantes la consideraran una regla falible, que es lo que generalmente ocurre cuando nos encontramos en una argumentación dialéctica que solo aspira a fundar una *opinión* del modo más verosímil posible, o un silogismo dialéctico en sentido amplio que se proponga fundar una “noción común” en sentido aristotélico, y en la que la debilidad esté en la regla de paso. La mayoría de los ejemplos de generalizaciones inductivas en la historia de la ciencia y de la filosofía se pueden considerar de fundamento insuficiente, como también lo son las inferencias falibles que estudian las lógicas no monótonas.

Popper tiene razón en muchos aspectos de su discusión sobre la inducción. No hay principio de inducción “fuerte”, si ella se entiende como una regla de razón suficiente, pero no parece haber reparos en admitir reglas de inducción “débil”, de razón insuficiente. Una regla tal obviamente no respetará la condición de monotonía, pero los contraejemplos implicarán la negación de las hipótesis universales, como ocurre en el argumento popperiano. Con ello no se excluye tampoco la posibilidad de la segunda revisión metódica popperiana, que es la revisión de los enunciados individuales de la base empírica, como es frecuente en los diálogos científicos habituales sobre teorías científicas incompatibles.

La inducción como regla de invención

Muchos filósofos y lógicos enfatizaron el carácter de *regla de invención* de la inducción, es decir de regla que permite aumentar el conocimiento, alcanzar nuevas leyes o al menos nuevas hipótesis generales, que son la base teórica de una ciencia empírica. Uno de los motivos, aunque no el más importante, del rechazo de Popper a los procedimientos inductivos fue precisamente su rechazo a toda lógica de la invención. Aunque es posible compartir el rechazo popperiano de toda lógica de la invención, ello no impide admitir el carácter de regla de invención de la inducción, la analogía y la semejanza, o de los silogismos teleológicos, y en general la utilización de procedimientos que se pueden ponderar desde el punto de vista de una silogística dialéctica. De la discusión contemporánea podemos escoger y discutir temas adicionales como la abducción y la predicción probabilística o estadística.

Recordemos que por lógica de la invención se suele entender una lógica que, a partir de enunciados “protocolarios” o “básicos” (que describen acontecimientos

individuales o “estados de cosas”⁶), permite deducir *algorítmicamente* enunciados universales que fungen como leyes de la teoría. Este es el papel que se ha asignado desde antaño a los pasos inductivos. Pero ¿en qué medida es la inducción, en cualquiera de sus formas, un procedimiento de invención científica? La consideración cuidadosa de los procedimientos inductivos no excluye su carácter de procesos psíquicos de invención, pero permite considerarlos también como procedimientos de fundamentación. No negamos que los procedimientos inductivos tengan su aspecto inventivo, pero es preciso señalar que este está desprovisto de todo carácter algorítmico o regular. Su aspecto inventivo es aproximadamente así: un fragmento de información sobre casos individuales (fragmento ya obtenido sobre la base de teorías o hipótesis previas) nos proporciona la base a partir de la cual damos un *salto no deductivo* hacia un enunciado o una regla universal. Ese es el *momento de la invención*, que *no es algorítmicamente regulado*, sino a lo sumo conjeturado con cierta regularidad en una psicología hipotética y contrastable de la invención. A continuación ese mismo fragmento de información, o uno ampliado con casos individuales adicionales, nos sirve como base para considerar defendible, como conclusión insegura, un enunciado o regla universal. Las reglas de inducción serán pues de naturaleza conclusiva débil, y por ello pertenecerán a la lógica de la fundamentación imperfecta o dialéctica. El paso inventivo mismo no depende de una lógica en ninguno de sus sentidos.

Balance de la crítica popperiana a la inducción

Las reglas de inducción son reglas de deducción correctas en la lógica de la fundamentación insuficiente o, como también la llamamos en un sentido ampliado, de la silogística dialéctica. Popper tiene razón cuando dice que la regla de inducción entendida como regla de fundamentación suficiente es una regla falaz. En cambio no tiene razón si critica esquemas de reglas perfectamente fundadas de la lógica de la fundamentación insuficiente o dialéctica. Popper también tiene razón cuando rechaza una lógica de la invención de carácter algorítmico, pero no corresponde concederle tal carácter a las reglas de inducción que propusimos. Lo que concedemos en nuestro análisis es la existencia de un “procedimiento” de invención en sentido débil, es decir no algorítmico sino solo heurístico, como la que desarrollaron autores como Georg Polyá entre otros.

El paso de los enunciados que describen estados de cosas singulares empíricos a enunciados universales, nunca es algorítmicamente regular, sino que es un salto al vacío que supone un momento de invención y decisión teórica, agregado por el

⁶ La expresión singular alemana es “*Sachverhalt*” o “comportamiento de las cosas”, que la filosofía insular tradujo como “*states of affairs*” e incluso como “*atomic facts*”, por ejemplo en la traducción inglesa del *Tractatus* wittgensteiniano.

sujeto y no contenido en las premisas. Es por lo tanto un procedimiento sintético y falible. Sin embargo los enunciados descriptivos individuales, que constituyen su base empírica, son una ocasión que posibilita y facilita el momento sintético de la invención de la regla o del enunciado universal, y de la decisión por ella. En este sentido muy débil es que admitimos conceder al fragmento de información o base empírica de la inducción el carácter de motivo de la invención y decisión teórica, pero nunca concederíamos ese carácter a una presunta regla de inducción en la que insistiera la teoría de la ciencia tradicional y que correctamente criticara Popper. Con estas pequeñas correcciones creemos que nuestra presentación del problema de la inducción hace justicia a la crítica popperiana, la matiza, amplía su tratamiento y supera algunas de sus limitaciones.

Otras críticas

La crítica popperiana a la inducción no es nueva, y tampoco lo son ya las críticas de otros autores a esa crítica de Popper, como las de confirmacionistas como Neurath y Carnap, y en tiempos más recientes la de Nicholas Rescher. Este último autor ha criticado las doctrinas popperianas desde un punto de vista próximo al de la concepción dialógica. Entre otros textos así lo hizo inicialmente en su libro *Dialectics* (Rescher, 1977) del cual citaremos algunos pasajes.

Las dos teorías de la ciencia rivales más difundidas del siglo XX fueron el “*confirmacionismo*”, estrechamente conectado al “*Círculo de Viena*” y ejemplificado generalmente por Rudolf Carnap, y el “*falsacionismo*”, la concepción típicamente popperiana. Según Rescher, los confirmacionistas

insisten en la primacía de la búsqueda de evidencia confirmante para las hipótesis científicas. Ellos ubican a los científicos en el papel de coleccionistas que acumulan evidencia favorable a sus hipótesis teóricas. Desde esta perspectiva la búsqueda de evidencia confirmante es la tarea primaria de la ciencia. Por otra parte encontramos a los falsacionistas, quienes siguiendo a Popper, acentúan la importancia de la vulnerabilidad para la invalidación experimental e insisten en la primacía en ciencia del diseño de ensayos críticos para las hipótesis científicas. El científico, en tal enfoque, no es un recolector de evidencia, sino un experto en demolición cognoscitiva⁷.

⁷ Rescher (1977): “... insist in the primacy of the search for confirming evidence for scientific hypotheses. They cast the scientist in the role of a collector who accumulates the evidence in favor of his theoretical hypotheses. From this perspective the search for confirming evidence is the prime task of science. On the other hand, we find the falsificationists who, following Popper, stress the importance of vulnerability to experimental invalidation and

Por su parte Rescher critica tanto el confirmacionismo como el falsacionismo. Respecto del primero advierte que nada en el confirmacionismo suministraría una razón de “por qué el científico no debería limitarse simplemente a aquellas hipótesis muy seguras, casi triviales, de cuya confirmación puede estar razonablemente seguro desde el mismo comienzo. Los confirmacionistas no ofrecen un motivo racional para la preocupación del científico activo por aquellas conjeturas teóricas que, dada la información disponible, parecen interesantes porque van más allá de nuestra imagen actual acerca de cómo funcionan las cosas en el mundo”⁸.

Y en lo que atañe al falsacionismo declara que esa posición “no explica por qué la preocupación del científico activo por aquellas conjeturas teóricas que, dada la información disponible, parecerían ‘razonables’ o ‘plausibles’ (ya que ellas están más o menos en consonancia con lo que por otra parte pertenece a nuestra opinión general acerca del modo en que las cosas ocurren en el mundo)”⁹.

Según Rescher ambos puntos de vista rivales fracasan en proporcionar un concepto adecuado de la estructura de la ciencia y sus resultados, pero sin embargo esta tarea sería realizable mediante un modelo dialógico: este sería capaz de sintetizar las tesis sostenibles del confirmacionismo y del falsacionismo, por medio de la idea de la “investigación científica como una empresa fundamentalmente social o colectiva ... (...) Y esto está completamente ausente en las teorías ortodoxas confirmacionista y falsacionista”¹⁰.

De este modo, según Rescher, “el confirmacionismo (e. d. la acumulación de evidencia confirmativa para una tesis científica) y el falsacionismo (e. d. la ensayada refutación de las conjeturas científicas) son vistas por lo tanto como aspectos

insist on the primacy in science of devising critical tests for scientific hypotheses. The scientist, in such an approach, is not an evidence collector but a cognitive demolition expert” (1977: 119).

⁸ Rescher (1977): “... why the scientist should not simply limit himself to those very safe, if nearly trivial, hypotheses of whose confirmation he can be reasonably sure from the very outset. Confirmationism offers no rationale for the preoccupation of the working scientist with those theoretical conjectures which, given the information in hand, seem interesting in that they move in significant ways beyond our existing picture of how things work in the world” (1977: 120).

⁹ Rescher (1977): “... offers no account for the preoccupation of the working scientist with those theoretical conjectures which, given the information at hand, would seem ‘reasonable’ or ‘plausible’ (in that they are more or less consonant with what otherwise belongs to our general view of the way in which things work in the world)” (1977: 120).

¹⁰ Rescher (1977): “... scientific inquiry as a fundamentally social or communal enterprise (...) And it is altogether lacking with the orthodox confirmationist and falsificationist theories” (1977: 121).

correlativos de un todo común (...) el modelo disputacional reúne así al confirmacionismo y al falsacionismo en una suerte de 'síntesis superior' hegeliana"¹¹.

Parece muy adecuada esta doctrina ya bastante antigua de Rescher. Ni la filosofía habitual, ni las ciencias empíricas son, en general, campos teóricos en los cuales sea posible deducir enunciados universales a partir de enunciados acerca de conocimientos particulares. Casi siempre existe un "débil llenado de los huecos" en el proceso de fundamentación. La ciencia y la filosofía contienen solo una pequeña parte de conocimiento suficientemente fundado. Dicha parte podrá ser de naturaleza eidética, o constructiva, o definicional, o recursiva, etc., pero no obstante la mayor parte de estas ciencias intelectuales solo puede ser parcial o insuficientemente fundada. El proyecto de Rescher propone esa aproximación al pensamiento científico y filosófico. Ella es compartida por la aproximación constructivista de Lorenzen y Lorenz, y los desarrollos que proponemos en esta obra colaboran en esa dirección. Los resultados propuestos en estas páginas resultan una generalización de los argumentos popperianos en línea con las críticas de Rescher y el método constructivo de análisis de los métodos de fundamentación en ciencias formales y especialmente en ciencias empíricas.

Bibliografía

Berka, Karel y Kreiser, Lothar (1986), *Logik Texte*, Berlín, Akademie Verlag.

Gentzen, Gerhard (1934-1935), "Untersuchungen über das logische Schließen I – II", *Mathematische Zeitschrift* 39, pp. 176-210 y 401-431. Reproducido en Berka-Kreiser (1986), pp. 206-262.

Gentzen, Gerhard (1936), "Die Widerspruchsfreiheit der reinen Zahlentheorie", *Mathematische Annalen* 112, pp. 493-565.

Gentzen, Gerhard (1938), "Neue Fassung des Widerspruchsbeweises für die reine Zahlentheorie", *Forschung* 4, pp. 19-44.

Gethmann, Carl Friedrich (1982), *Logik und Pragmatik*, Frankfurt am Main, Bibliographisches Institut.

¹¹ Rescher (1977): "confirmationism (i.e. the accumulation of supportive evidence for a scientific thesis) and falsificationism (i.e. the attempted refutation of scientific conjectures) are thus both seen as correlative aspects of a common whole. (...) The disputational model thus brings confirmationism and falsificationism together in a sort of Hegelian 'higher synthesis' " (1977: 121-122).

Hasenjaeger, Gisbert (1962), *Einführung in die Grundbegriffe und Probleme der modernen Logik*, Friburgo-Munich, Karl Alber Verlag.

Heyting, Arendt (1956), *Intuitionism: An Introduction*, Amsterdam, North-Holland.

Johansson, Ingebrigt (1936), "Der Minimalkalkül, ein reduzierter intuitionistischer Formalismus", *Compositio Mathematica* 4, pp. 119-136.

Kleene, Stephen Cole (1952), *Introduction to Metamathematics*, Amsterdam, North-Holland Pub. Co.

Laplace, Pierre Simon Marquis de (1814), "Essai philosophique sur les probabilités", en Laplace, Pierre Simon Marquis de (1878-1912), *Œuvres complètes*, I-XIV, Paris, Institut de la Recherche Scientifique, vol 3, pp. 3-64.

Lorenzen, Paul (1987), *Lehrbuch der konstruktiven Wissenschaftstheorie*, Mannheim/Wien/Zürich, Bibliographisches Institut.

Lorenzen, Paul y Lorenz, Kuno (1978), *Dialogische Logik*, Darmstadt, Wissenschaftliches Buchgesellschaft.

Polya, Georg (1966), *Matemáticas y razonamiento plausible*, Madrid, Tecnos.

Popper, Karl R. (1934), *Logik der Forschung*, Wien (traducción inglesa (1961) *The Logic of Scientific Discovery*, New York, Science Editions, traducción española (1962) *La lógica de la investigación científica*, Madrid, Tecnos).

Popper, Karl R. (1994), *Conjeturas y refutaciones: el desarrollo del conocimiento científico*, Madrid, Ediciones Paidós Ibérica.

Popper, Karl R. (2002), *Búsqueda sin Término: una Autobiografía Intelectual*, Madrid, Alianza Editorial.

Popper, Karl R. (2005), *Conocimiento objetivo: un enfoque evolucionista*, Madrid, Tecnos.

Rescher, Nicholas (1977), *Dialectics. A Controversy-Oriented Approach to the Theory of Knowledge*, Albany, State University of New York Press.

Roetti, Jorge A. (2005), "Logik, Vernunft und klassische „Prinzipien“: ein Abriß", en Dürr, Renate, Maring, Matthias, Gebauer, Gunter y Schütt, Hans-Peter (eds.): *Pragmatisches Philosophieren. Festschrift für Hans Lenk*, Philosophie – Forschung und Wissenschaft, Band 20, Münster, Lit Verlag, pp. 113-129.

Roetti, Jorge A. (2005), "Some topics on insufficient reason", *Existencia – Meléai Sophías*, (2005), vol. XV, fasc. 3-4, 295-314, Szeged/Budapest/Münster/ Frankfurt am Main.

Roetti, Jorge A. (2006), "La existencia matemática. Un diálogo", *Epimeleia – Revista de estudios sobre la tradición*, vol. 29-30, Año XV, Buenos Aires, pp. 69-98.

Roetti, Jorge A. (2007), "Interpretación y diálogo", *Anales de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires*, tomo XXXIX, pp. 505-529. (www.ciencias.org.ar)

Roetti, Jorge A. (2009), "Gentzen y la consistencia de la aritmética", *Anales de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires*, tomo XLIII, pp. 645-659.

Roetti, Jorge A. (2011), "Acerca del fundamento", *Anales de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires*, tomo XLV, 1ª parte, pp. 39-69 (Clase inaugural de incorporación como académico correspondiente de la Academia, 7 de abril de 2011).

Roetti, Jorge A. (2012), *Curso de lógica clásica (desde un punto de vista no clásico)*, con la colaboración de Osorio, Néstor, Mar del Plata, Centro de Estudios Filosóficos y Sociales.

Roetti, Jorge A. (2014), *Cuestiones de fundamento*, Buenos Aires, Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires.

Roetti, Jorge A. (2016), *Reglas y diálogos. Una discusión lógica*, Buenos Aires, Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires, e-book. Disponible en: <http://www.ciencias.org.ar/user/Roetti%202016%2002%2005%20Reglas%20y%20diálogos.%20Una%20discusión%20lógica.pdf>.

Smullyan, Raymond M. (1968), *First-Order Logic*, Berlín, Springer-Verlag.

Tietze, Heinrich (1965), *Famous Problems of Mathematics*, Nueva York, Graylock Press.

Wittgenstein, Ludwig Johann Joseph (1921), *Tractatus Logico-Philosophicus*, *Annalen der Naturphilosophie* de W. Ostwald (traducción española (1957), Tierno Galván, Enrique, Madrid, Revista de Occidente, reediciones 1973, 1975, 1979, Madrid, Alianza Editorial).