ESTUDIOS ECONOMICOS

Vol. XIII (N.S.) Enero-Diciembre 1997 Nº 29/30

UNA DISCUSION SOBRE LA EXPLOTACION ECONOMICA DE LOS RECURSOS NATURALES NO RENOVABLES *

Introducción

Los recursos naturales poseen características específicas, razón por la cual las decisiones acerca de su utilización y disponibilidad merecen un tratamiento económico particular. Para ser abordados desde una perspectiva económica resulta conveniente distinguir los recursos naturales renovables (que se caracterizan por tener un proceso de crecimiento natural de sus stocks) de los no renovables (que se caracterizan por la imposibilidad de reproducción

---

* Este trabajo constituye una versión de la Tesis de Magister en Economía, presentada por la autora en el Departamento de Graduados de la Universidad Nacional del Sur, 1997.

de sus stocks).

El objetivo de este trabajo es presentar diversos tópicos del tratamiento que a la explotación de los recursos naturales no renovables le ha dado la teoría económica, a través de la revisión de literatura relevante sobre el tema. Se considera en primer término, como marco pertinente, el análisis de algunos aspectos económicos de los recursos naturales en general, abordándose posteriormente y en forma más detallada varios aspectos microeconómicos de la explotación de los recursos naturales no renovables.

El trabajo está organizado en tres capítulos. En el primero se presenta la discusión de algunos aspectos esenciales que se suelen identificar como los teoremas fundamentales de la economía de los recursos naturales. La revisión se realiza a partir de los trabajos de Hotelling (1939)[1], Gordon (1954)[2] y Hartwick (1977)[3] considerados clásicos en la literatura debido a que, en cierta medida, determinan la incorporación de la problemática de los recursos naturales a la teoría económica, sirviendo de punto de partida para avances posteriores.

En el segundo capítulo se tratan particularmente algunos aspectos microeconómicos de la explotación de los recursos no renovables. Para ello se presenta una revisión de distintos modelos que van creciendo en complejidad a medida que se avanza en la presentación. En todos los casos se trabaja bajo la hipótesis de existencia de información completa, sin considerar ninguna explicación de cómo la incertidumbre modifica la conducta de las empresas. Los modelos más sencillos suponen que no existen costos de extracción y consideran un stock de reservas fijo. Los modelos siguientes también consideran una base fija del recurso pero incorporan formalmente los efectos del agotamiento en el proceso de oferta a través de la relación inversa planteada entre el costo de extracción y el tamaño de las reservas.

---

[1] Hotelling, H., "The Economics of Exhaustible Resources", *Journal of Political Economy,* Nro. 39, 1931, p. 137-175.

[2] Gordon,H., "The Economic Theory of a Common Property Resource: The Fishery", *Journal of Political Economy,* 1954, p. 124-142.

[3] Hartwick, J., "Intergenerational Equity and The Investing of Rents from Exhaustible Resources", *The American Economic Review*, 1977, vol. 67.

También se consideran extensiones a los casos de producción conjunta de recursos (ej. petróleo y gas), existencia de externalidades y progreso técnico. Por último se presenta un modelo que permite la incorporación de nuevas reservas a través de la actividad exploratoria.

En la tercera sección se realizan ejercicios de simulación de dos modelos de explotación de un recurso no renovable, utilizando datos correspondientes a la cuenca neuquina. En primer término se considera el caso de una empresa competitiva con base fija del recurso. En segundo lugar se permite la incorporación de reservas a través de la exploración. Los ejercicios de simulación efectuados en ambos casos permiten examinar numéricamente el comportamiento dinámico de los modelos, verificar algunas hipótesis y extraer conclusiones interesantes.

1. Los teoremas fundamentales de la economía de los recursos naturales

1.1 Recursos naturales

Los recursos naturales son alcanzados por el principio económico fundamental: la escasez, razón por la cual se justifica la incorporación del análisis económico a las decisiones acerca de su utilización y disponibilidad. Suelen ser considerados activos de la sociedad, ya que pueden acumularse y producir flujos de servicios a lo largo del tiempo. Ignorando el acto de extracción, los recursos naturales se encuentran incluídos dentro de los bienes no producidos o bienes primarios y poseen ciertas características específicas que justifican su tratamiento particular[4].

El problema de asignación de los recursos naturales involucra la consideración simultánea de variables stock y flujo, razón por la cual la tasa de interés desempeña un rol fundamental en el mismo; deben ser tratados en un contexto de decisiones intertemporales.

[4] Chisari,O. y Navajas, F., *Comercio internacional y política ambiental*, CEI, 1993, p. 25-26.

Una cuestión relevante es su incorporación en las cuentas nacionales. En este sentido las Naciones Unidas[5] presentan una base conceptual para la implementación de un Sistema Integrado de Cuentas Económicas y Ambientales (SICEA) cuyo objetivo es describir las interrelaciones entre el ambiente natural y la economía, con el fin de establecer una base de datos apropiada para políticas de desarrollo sustentable. El uso que el hombre hace de los activos naturales puede producir disminución (temporal o permanente) de su cantidad (uso cuantitativo) o afectar su calidad (uso cualitativo). La propuesta consiste en incorporarlos a la contabilidad nacional considerando como punto de partida que los activos naturales pueden mostrar características de inventarios o de activos fijos , según predominen en ellos las funciones cuantitativas o cualitativas respectivamente (algunos pueden tener ambas funciones, que a veces compiten entre sí). Un tratamiento alternativo de la contabilidad de los recursos naturales, con un fuerte fundamento teórico que utiliza herramientas convencionales de la economía del bienestar, es discutido en el trabajo de Maler, Dasgupta y Kristom[6].

Existen diferentes tipos de recursos naturales. En principio, es conveniente distinguir entre recursos renovables (como por ejemplo los peces, los bosques, la tierra) y recursos no renovables (como los depósitos de carbón o petróleo). Se debe tener en cuenta que no siempre es precisa la inclusión de un recurso en una de estas categorías. En algunas oportunidades se hace referencia a recursos inagotables y agotables respectivamente pero debe considerarse que cualquier recurso puede agotarse si no es explotado en forma adecuada.

Los recursos naturales renovables se caracterizan por tener un proceso de crecimiento natural de sus stocks. Son en principio agotables si no son adecuadamente explotados y por el contrario, pueden utilizarse en forma indefinida a través del tiempo si se explotan adecuadamente. La renovabilidad de estos recursos está generalmente condicionada por la disponibilidad de una cantidad mínima del stock necesaria para la regeneración de la especie.

---

[5] Naciones Unidas, " Integrated Environmental and Economic Accounting", *Studies in Methods,* serie F, Nro. 61, Interim Version, New York, 1993.

[6] Maler, K.,Dasgupta, P. and Kristom, B., "Current Issues in Resource Accounting ", *Beijer Discussion Paper Series*, Nro. 47, Estocolm, 1994.

Esto define una función de producción algo particular, ya que incluye como argumento al stock corriente disponible del mismo recurso. El tamaño del stock de un recurso renovable varía a lo largo del tiempo conforme a las leyes biológicas, a la disponibilidad de alimentos y agua, a la densidad y distribución por edades de la población y al proceso de reproducción natural de cada especie.

Los recursos naturales no renovables se caracterizan por la imposibilidad de reproducción de sus stocks y son generalmente utilizados como insumos en el proceso de producción. Su explotación implica una reducción permanente de sus stocks y es claro que pueden ser agotados en un horizonte finito de tiempo. La disponibilidad de este tipo de recursos, la magnitud de los stocks y el horizonte temporal de su explotación están estrechamente vinculados al progreso científico y tecnológico. Formalmente pueden caracterizarse a partir de considerar que la suma intertemporal de los servicios provistos por un stock dado de recursos no renovables es finita[7]. Siendo $t = 0$ el momento inicial; S_0 : el stock inicial conocido de un recurso no renovable en $t = 0$ medido en unidades físicas; q_t : la tasa de extracción en el momento t, con $t \geq 0$; considerando el tiempo como una variable contínua, el stock en el momento $t > 0$ se define de la siguiente manera:

$$S_t = S_0 - \int_0^t q_t \, dt \qquad (1.1)$$

$$\text{con } \int_0^\infty q_t \, dt \leq S_0 \qquad (1.2)$$

Derivando (1.1) se obtiene $\dot{S}_t = -q_t$ que establece la relación entre la variación del stock y la tasa de utilización del recurso.

Si bien son varios los aspectos económicos vinculados a los recursos naturales discutidos en la literatura, se pueden destacar tres cuestiones esenciales, que se suelen identificar como los teoremas fundamentales [8] de

---

[7] Dasgupta, P. and Heal, G., *Economic Theory and Exhaustible Resources*, Cambridge University Press, Cambridge, 1979, cap. 6.
[8] Chisari, O. y Navajas, F., *op. cit.*, p. 42 y 45.

la economía de los recursos naturales. A continuación se presenta una breve revisión de los mismos.

1.2 Primer teorema fundamental de la economía de los recursos naturales: La regla de Hotelling

La consideración de un recurso natural como un activo, hace que la decisión entre explotación inmediata o postergación de la explotación para el futuro adquiera un rol central en la discusión de su administración y evolución temporal. Independientemente de que el propietario del recurso sea un competidor perfecto o un monopolista, percibe al stock del recurso natural como un activo de capital y espera obtener de él retornos similares a los que otorgan los demás activos. La tasa de interés se convierte en un parámetro fundamental de la decisión de extracción inmediata o liquidación en el futuro. Un aumento de la tasa de interés torna más atractiva la extracción hoy porque aumenta el costo de oportunidad del recurso. La vinculación entre el stock del recurso, su precio y la tasa de interés se conoce en la literatura como "regla de Hotelling" y se la considera *el primer teorema fundamental de la economía de los recursos naturales*, analizada por H. Hotelling[9]. Su enunciado expresa que bajo propiedad privada, el stock del recurso natural se ajustará hasta conseguir que la tasa de crecimiento de su precio se iguale con la tasa de interés, que representa el costo de oportunidad del capital. A continuación se presentan dos formas diferentes de deducción de la regla de Hotelling para el caso particular de un recurso no renovable; una es a partir de la ecuación de arbitraje (Dasgupta y Heal[10]) y la otra a través del planteo de un modelo sencillo de explotación optimal (Conrad y Clark[11]).

En el primer caso se supone la existencia de un recurso no renovable cuyo costo de extracción es nulo. El tiempo se considera en forma discreta y es medido en intervalos iguales de extensión θ. Se supone además que existe un activo de capital considerado como numerario, que no se deprecia y cuya

[9] Hotelling, H., *op. cit.*

[10] Dasgupta, P. and Heal, G., *op. cit.*, cap. 6.

[11] Conrad, J. and Clark,C., *Natural Resource Economics*, Cambridge University Press, Cambridge,1987, cap.3.

tasa de rendimiento en el intervalo (t,t+θ) es $r_t > 0$. El precio del recurso por unidad en el momento t es p_t. La construcción de la ecuación de arbitraje parte de considerar que un agente es propietario de p_t unidades del activo de capital en el momento t. Si toma la decisión de conservarlas durante un período tendrá $(1 + r_t\,\theta)\ p_t$ unidades del activo en el momento t+θ. Esta es una de las opciones que se le presentan a este individuo. Alternativamente puede adquirir una unidad del recurso en t y venderla en t+θ. En este caso obtiene $p_{t+\theta}$ unidades de numerario en el momento t+θ. Se supone que el agente conoce el valor de $p_{t+\theta}$, lo que implica suponer que existen mercados de futuros completos. Si prevalecieran condiciones competitivas, el individuo se vería indiferente entre las dos opciones antes presentadas, de manera tal que la ecuación de arbitraje se podría enunciar :

$$p_{t+\theta} = (1 + r_t\theta)\,p_t \qquad (2.1)$$

Tomando el límite para $\theta \to 0$ en la expresión anterior se obtiene la ecuación de movimiento del precio de un recurso no renovable que resulta ser la siguiente:

$$\dot{p}_t \,/\, p_t = r_t \qquad \text{ó} \qquad p_t = p(0)e^{rt} \qquad (2.2)$$

Cualquiera de las expresiones anteriores es conocida como regla de Hotelling e indican que el precio del recurso crece exponencialmente a la tasa de interés y que la única vía para que un recurso no extraído produzca un retorno a su propietario es apreciando su valor (aumentando su precio).

La ecuación de arbitraje se puede modificar a partir de la consideración de la existencia de costos de extracción. Suponiendo que el costo marginal de extracción crece a medida que el stock disminuye (como ocurre con el petróleo), el retorno de conservar una unidad del recurso está ahora formado por dos componentes. El primero consiste en la ganancia de capital del stock y el segundo en la reducción del costo de extracción por el hecho de que esta unidad ha sido almacenada y no extraída. Si el agente decide conservar el activo de capital tiene en t+θ $(1 + r_t \theta) p_t$ unidades de numerario. Otra vez se le presenta la alternativa de comprar una unidad del recurso en t y venderla en t+θ . Si éste es el caso, recibe $p_{t+\theta} + \Delta C\theta$ unidades de numerario,donde ΔC representa la reducción en el costo de extracción durante (t,t+ θ) $(\Delta C \equiv -\delta C / \delta S)$ por el hecho de que una unidad del recurso ha permanecido sin extraer durante este intervalo. Bajo condiciones competitivas el agente se verá indiferente entre estas dos opciones, de manera que:

$$p_{t+\theta} + (\Delta C)\theta = (1 + r\theta) p_t \qquad (2.3)$$

Tomando el límite de esta expresión cuando $\theta \to 0$ se obtiene:

$$\dot{p}_t / p_t - (\partial C / \partial S_t) / p_t = r \qquad (2.4)$$

que representa la regla de Hotelling cuando se incluyen costos de extracción distintos de cero. Debe considerarse en este caso, que existe un precio del recurso antes de ser extraído y uno posterior más alto o más bajo. La diferencia entre estos precios es el costo marginal de extracción definido como la variación en el costo proveniente de un aumento en el volumen extraído. El precio del recurso extraído es la suma del costo marginal de extracción y el precio del recurso no extraído (cuyo movimiento es representado por la regla de Hotelling). Particularmente el precio del extraído es mayor que el costo marginal de extracción, ya que sino el recurso no es explotado.

Considerando un modelo sencillo de explotación optimal de un recurso minero también se puede deducir la regla de Hotelling. Se supone que x=x(t) denota las reservas en el momento t, S=x(0) denota las reservas en el momento inicial y q=q(t) denota la tasa de extracción. La ecuación de estado resulta ser:

$$\delta x / \delta t = -q_t \qquad (2.5)$$

con x(0)=S $x(t) \geq 0$, $0 \leq q(t) \leq qmax$, donde x (t) es la variable de estado y q (t) es la variable de control. Se supone que no existen costos de extracción y que rigen condiciones de competencia perfecta con precio definido como p = p(t) con t ≥ 0. El costo de oportunidad del capital se define como r . El modelo resulta ser de inventario, ya que el problema consiste meramente en optimizar el tiempo de disposición del recurso mineral. El objetivo de la firma es maximizar el valor presente de sus beneficios, de manera que la función objetivo es:

$$\text{máx} \int_0^{\infty} e^{-rt} p(t)q(t)dt \qquad (2.6)$$

Si se plantea la solución cuando q es qmáx en el momento +∞ se infiere que vende todas las reservas en el momento T. En este caso la función objetivo se transforma en:

$$max\ e^{-rt} p(t)S \qquad (2.7)$$

Diferenciando esta expresión se obtiene

$$-re^{-rt} p(t)S + e^{-rt} \dot{p}S = 0 \qquad (2.8)$$

$$Se^{-rt} \left[-rp(t) + \dot{p}\right] = 0 \qquad (2.9)$$

$$-rp(t) = -\dot{p} \qquad (2.10)$$

$$\dot{p} / p(t) = r \qquad (2.11) \text{ regla de Hotelling}$$

Nuevamente se observa que el precio de los recursos no renovables en un mercado competitivo crece al ritmo de la tasa de interés. Cuando p(t) crece a una tasa menor, el dueño de la mina decide vender inmediatamente su stock; si p(t) crece más rápido que r, el propietario decide atesorar el recurso.

Para finalizar, es importante marcar dos cuestiones. La primera es que la regla de Hotelling no establece el nivel inicial del precio y que por lo tanto es necesario definir una condición inicial. La segunda es que aún si la tasa de interés permaneciera constante a través del tiempo, el precio del recurso no renovable no podría permanecer constante, y de esta manera no sería posible la existencia de estados estacionarios para el precio (pero sí para el stock).

1.3 Segundo teorema fundamental de la economía de los recursos naturales: el aporte de Gordon

El autor efectuó el análisis para el caso de la pesca, pero sus conclusiones pueden extenderse a todos los recursos de propiedad común que son explotados bajo condiciones de competencia individual y en un contexto de acceso libre. El resultado fundamental es la determinación de un patrón de comportamiento entre los agentes que explotan el recurso que conduce a la disipación de la renta que el mismo genera. Cuando existe acceso libre el equilibrio de mercado resultante es ineficiente debido a las externalidades que cada firma genera sobre sus competidoras. Esta diferencia del equilibrio de mercado con el óptimo social surge en términos de Gordon porque *"los recursos de propiedad común son bienes libres para los individuos y bienes escasos para la sociedad"*[12]. La presentación original pone énfasis en dos cuestiones. La primera consiste en la explicación de la naturaleza del equilibrio de la industria que ocurre en la explotación de un recurso natural de propiedad común sin presencia de regulaciones de algún tipo. La segunda radica en la determinación del nivel de explotación socialmente óptimo, que presumiblemente se debería plantear como objetivo de las políticas públicas.

A continuación se presenta la versión de Dasgupta y Heal [13] del llamado *problema de los comunes*. Esta presentación considera un stock de tamaño fijo y a diferencia de la versión original no considera los aspectos biológicos vinculados a la variación del stock del recurso (esto es, para el caso de pesca la temperatura del agua, la oferta de alimentos, la existencia de depredadores naturales, etc. que afectan a la población de la especie). El modelo supone la existencia de n firmas idénticas (i=1,...,N) que tienen acceso libre a una zona

[12] Gordon, H., *op. cit.* p. 135.

[13] Dasgupta, P. and Heal, G., *op. cit.*, cap. 3.

pesquera en el mar. Considera a la pesca como una actividad productiva en la cual el producto es la captura obtenida y la mano de obra y el equipo necesario para pescar son los factores de producción. Para simplificar se los agrega en un único input definido como "buque pesquero" que se supone perfectamente divisible. Dado el tamaño del stock del recurso pesquero S, la cantidad de buques X y la captura total Y, se supone que se cumple la siguiente restricción:

$$Y \leq H(X,S) \qquad (3.1)$$

donde H es la función de producción que presenta rendimientos constantes a escala y producto marginal decreciente para cada factor. Además H(0,S)=0. Considerando un tamaño fijo del stock del recurso igual a $\overline{S}$ y bajo la hipótesis de existencia de rendimientos constantes a escala:

$$H(X,\overline{S}) = \overline{S}H(X/\overline{S},1) \qquad (3.2)$$

Normalizando con $\overline{S}=1$, la función de producción se puede expresar como:

$$H(X,1) = F(X) \qquad (3.3)$$

con F(0)=0; F'(X)>0; F''(X)<0.

Estas especificaciones de la función de producción redefinida implican que:

$$F(X)/X > F'(X) \text{ y que } lim_{x\to\infty} F(X)/X = 0$$

Suponiendo que F(X)/X es la captura promedio cuando los buques son manejados eficientemente y si la firma i-ésima es propietaria de x_i buques, por simplicidad su nivel de captura puede definirse como x_i F(X)/X. Considerando que $X = \sum_{i=1}^{N} x_i$ y que el producto medio es una función decreciente de X se infiere que la captura resultante para la firma i-ésima depende no sólo del número de buques de la propia firma x_i, sino también del número de buques introducidos por las otras firmas. Esto incorpora al análisis la existencia de efectos externos negativos. Escribiendo:

$$X_{N-i} \equiv {}_{j \neq i} \sum_{j=1}^{N} x_j \qquad (3.4)$$

y llamando y_i a la captura de la firma i-ésima se puede redefinir el nivel de producción como:

$$y_i \leq [x_i F(X_{N-i} + x_i)] / (X_{N-i} + x_i) \qquad (3.5)$$

Este modelo supone la existencia de mercados perfectamente competitivos en factores y en bienes. Se elige a la captura como bien numerario y se fija en p el valor de la renta del buque. Por último suponiendo que las firmas maximizan beneficios se calcula el equilibrio del mercado. La firma i-ésima supone que cada una de las otras firmas introduce $\hat{x}$ buques. La función objetivo es entonces:

$$max \left\{ x_i F[(N-1)\hat{x} + x_i] / [(N-1)\hat{x} + x_i] \right\} - px_i \qquad (3.6)$$

Derivando con respecto a x_i con $\hat{x}$ dado se obtiene la condición de primer orden siguiente:

$$\begin{gathered}\left\{ F[(N-1)\hat{x} + x_i] + x_i F'[(N-1)\hat{x} + x_i] \right\} / [(N-1)\hat{x} + x_i] - \\ \left\{ x_i F[(N-1)\hat{x} + x_i] \right\} / [(N-1)\hat{x} + x_i]^2 - p = 0 \qquad (3.7)\end{gathered}$$

reordenando se obtiene:

$$\left\{(N-1)\hat{x}F\left[(N-1)\hat{x}+x_i\right]\right\}/\left[(N-1)\hat{x}+x_i\right]^2 +$$
$$\left\{x_i F'\left[(N-1)\hat{x}+x_i\right]\right\}/\left[(N-1)\hat{x}+x_i\right] = p \quad (3.8)$$

Resolviendo para x_i se obtiene el número óptimo de buques correspondiente al equilibrio de mercado con acceso libre. Por el supuesto de simetría entre las firmas $x_i = \hat{x}\ \forall i$, de manera que a partir de (3.8) se tiene:

$$\left\{(N-1)xF\left[(N-1)x+x\right]\right\}/\left[(N-1)x+x\right]^2 +$$

$$xF'\left[(N-1)x+x\right]/\left[(N-1)x+x\right] = p \quad (3.9)$$

reordenando se obtienen:

$$\left[F(Nx)/Nx\right]-\left[F(Nx)/N^2x\right]+\left[F'(Nx)/N\right] = p \quad (3.10)$$

$$\left[F(Nx)/Nx\right]-(1/N)\left\{\left[F(Nx)/Nx\right]-F'(Nx)\right\} = p \quad (3.11)$$

El número de buques $\hat{x}$ de cada firma en el equilibrio surge de la ecuación precedente.

Siendo Nx=X el equilibrio de mercado (el número total de buques) es el resultado de la siguiente ecuación:

$$\left[F(X)/X\right]-(1/N)\left\{\left[F(X)/X\right]-F'(X)\right\} = p \quad (3.12)$$

Esta situación de equilibrio no es eficiente en el sentido de Pareto. Para obtener una asignación óptima para todas las firmas es necesario elegir x de manera tal que se maximice el beneficio total neto de la industria con la condición que los beneficios sean distribuídos en forma igualitaria, teniendo en cuenta la hipótesis de que las firmas son idénticas. La función objetivo en este caso está representada por:

$$max\, F(Nx) - pNx \quad (3.13)$$

Derivando con respecto a x se tiene la condición de primer orden:

$$F'(Nx)N - pN = 0 \quad (3.14)$$

$$F'(Nx) = p \quad (3.15)$$

$$F'(X) = p \quad (3.16)$$

Esta última expresión es familiar y refleja la condición de eficiencia de igualdad entre el producto marginal del factor y su precio. La solución de este problema se identifica como $\widetilde{X} = N\widetilde{x}$. La solución de competencia entre las firmas (ec.3.12) se denota $\hat{X} = N\hat{x}$. A partir de la ecuación (3.12) se tiene que:

$$p - F'(\hat{X}) = \left[(N-1)/N\right]\left\{\left[F(\hat{X})/\hat{X}\right] - F'(\hat{X})\right\} > 0 \quad (3.17)$$

Usando (3.15) y (3.16) se determina que

$$\widetilde{X} < \hat{X} \quad \text{ó} \quad (\widetilde{x} < \hat{x})$$

Se concluye que el número de buques en el caso de acceso libre es mayor que el óptimo y por lo tanto el nivel de captura es demasiado grande. El beneficio de cada una de las firmas se puede aumentar si las mismas en forma conjunta toman la decisión de reducir el número de buques y disminuir la tasa de explotación.

De la ecuación (3.12) se puede observar que el beneficio de cada firma es positivo:

$$[F(\hat{X})/(\hat{X})] - p > 0 \quad (3.18)$$

y que en equilibrio puede expresarse de la siguiente manera:

$$\hat{\pi} = (1/N)\left\{\left[F(\hat{X}/\hat{X}\right] - F'(\hat{X})\right\}\left[\hat{X}/N\right] \quad (3.19)$$

$$\hat{\pi} = (1/N^2)\left\{F(\hat{X}) - F'(\hat{X})\hat{X}\right\} > 0 \quad (3.20)$$

Dado p el número total de buques $\hat{X}$ determinado por la ecuación (3.12) es una función de N. La cuestión es determinar la forma funcional de $\hat{X}$. Si N=1 por las ecuaciones (3.12) y (3.15)

$$\left[F(X)/X\right] - \left[F(X)/X\right] + F'(X) = p \quad (3.21)$$

$$F'(X) = p \quad (3.22)$$

lo que implica que $\tilde{X} = \hat{X}$ y no se plantea el problema de la explotación de un recurso con acceso libre; el problema surge solamente cuando N>1. Si la ecuación 3.12 se expresa como:

$$G(\hat{X},N) = \left[F(\hat{X})/\hat{X}\right] - (1/N)\left\{\left[F(\hat{X})/\hat{X}\right] - F'(\hat{X})\right\} = p \quad (3.23)$$

surge que

$$(\partial\hat{X}/\partial N) = -(\partial G/\partial N)/(\partial G/\partial\hat{X}) \quad (3.24)$$

Calculando este cociente de derivadas se puede comprobar que $\partial\hat{X}/\partial N > 0$. Esto indica que $\hat{X}$ es una función creciente en N ($N \geq 1$).

Además,

$$lim_{\hat{X} \to \infty,\ N \to \infty} G(\hat{x}, N) = 0$$

Cuando $N \longrightarrow \infty$ la ecuación 3.12 se reduce a F(X)/X=p, que indica que cuando el número de buques es grande el producto medio se iguala a su precio. Esto implica que cuando se presenta el caso de un gran número de buques los beneficios se diluyen a cero cuando existe acceso libre.

Como resultado de este modelo de explotación de acceso libre de un recurso de propiedad común se tiene una tasa de extracción ineficientemente alta ($\hat{X} > \widetilde{X}$, lo que implica una sobreexplotación del recurso), que encuentra su límite en el punto en que los beneficios se hacen nulos. El desarrollo de un modelo formal que caracteriza y compara la asignación de recursos bajo condiciones de libre acceso y propiedad privada como sistemas alternativos de administración de recursos de propiedad común es discutido por Weitzman[14]. El elemento clave del resultado antes obtenido es la presencia de efectos externos entre las firmas. A continuación se discuten brevemente algunos aspectos de los mismos.

Suele ser frecuente que para algunos recursos naturales renovables y no renovables no estén definidos los derechos de propiedad, hecho que suele conducir a un agotamiento excesivamente rápido de los mismos. El análisis de los recursos de propiedad común es tratado en el marco teórico general de las externalidades y debido a su importancia es conveniente efectuar al menos un análisis breve de la cuestión. El planteo se presenta generalmente para el problema de la contaminación ambiental, pero puede adaptarse a la explotación de cualquier recurso natural. Particularmente en el caso de los renovables se presenta frecuentemente como ejemplo de existencia de externalidades el caso referido anteriormente de la pesca, siendo el más citado para los no renovables el de la explotación de un reservorio de petróleo.

---

[14] Weitzman,M., " Free Access vs. Private Ownership as Alternative Systems for Managing Common Property", *Journal of Economic Theory*, Nro.8, 1974, p.225-34.

Existe un efecto externo cuando la actividad de un agente afecta el bienestar de otro agente por una vía ajena al mercado; algunos de los costos o beneficios emergentes de una acción no son incorporados al cálculo económico del agente que toma una decisión y entonces recaen en agentes que no intervinieron en la decisión. Las externalidades pueden ser generadas tanto por los consumidores como por las empresas y pueden ser positivas o negativas. En general un efecto externo positivo determina un nivel de actividad ineficientemente bajo, mientras que uno negativo implica un nivel de actividad ineficientemente alto. Surgen como consecuencia de la ausencia de derechos de propiedad o de la incapacidad para definirlos y asignarlos. En tanto algún agente sea propietario de un recurso, el precio del mismo refleja su valor para usos alternativos, y el recurso es utilizado de manera eficiente. Si en cambio se trata de un recurso de propiedad común, no hay incentivos para economizar su uso y existe una tendencia a la sobreexplotación del mismo.

Conforme aumenta el número de agentes involucrados aumenta la dimensión de la interdependencia entre los mismos y se presentan dificultades para modificar o negociar un cambio en la intensidad de uso del recurso. La solución al problema es mucho más compleja cuando mayor es el número de agentes involucrados ya que suelen aparecer comportamientos de "free riding", dificultades para la revelación de las preferencias individuales y un aumento de los costos de negociación e implementación.

Se pueden identificar dos planteos diferentes referidos a la búsqueda de soluciones al problema de las externalidades[15] y particularmente al de la sobreexplotación de un recurso natural. Uno se basa en la creación de incentivos de mercado "market-based-incentives" (MBI) y el otro es el enfoque de "command-and-control" (CC) basado en la intervención directa a través del establecimiento de reglamentaciones.

El primero se concentra en la relación existente entre las externalidades y la ausencia de derechos de propiedad y circunscribe el planteo a la definición y asignación de los mismos y a la aparición de un mercado

[15] Eskeland, G. and Jimenez, E., "Choosing Policy Instruments for Pollution Control: a Review", *Country Economics Department, The World Bank,* WPS 624, 1991.

como posible solución del problema. La idea central es que si puede crearse un mercado para la externalidad y los agentes económicos pueden internalizarla, el equilibrio resultante es un óptimo de Pareto. Conforman este grupo el establecimiento de impuestos, el otorgamiento de subsidios, la subasta de permisos de contaminación y la llamada solución de Coase[16].

El enfoque "command-and-control" propone una vía de solución de las externalidades de carácter no voluntario, a través de la regulación directa y exige una mayor información para los organismos de control. Funciona como un sistema de racionamiento y se instrumenta a través del establecimiento explícito de niveles de producción, de uso de insumos o tecnologías específicas. Requiere más información que el mecanismo basado en el mercado, como por ejemplo el conocimiento de la tecnología del proceso productivo y un financiamiento importante que lo pone en desventaja en cuanto a los costos de su implementación.

1.5 Tercer teorema fundamental de la economía de los recursos naturales: La regla de Hartwick

Como ya se dijo, la consideración de un recurso natural como un activo, hace que la decisión entre explotación hoy o postergación para el futuro adquiera un rol central en la discusión de su administración y evolución temporal. Este planteo puede extender su horizonte temporal de manera tal de convertirse en decisión de explotación para la generación presente o postergación en la extracción para atender las necesidades de las generaciones futuras. Los recursos naturales extraídos en el presente no estarán disponibles en el futuro. Además, si la generación presente agota algunos de esos recursos puede poner en peligro la subsistencia de las generaciones futuras.

Vinculado a esto se plantean dos cuestiones. La primera se refiere a la decisión de cuánto extraer hoy para atender las necesidades de la generación presente sin comprometer la supervivencia de las futuras. La segunda se vincula a la determinación de la magnitud y el tipo de bienes que se deben

---

[16] Rosen, H., *Manual de Hacienda Pública*, Ariel Economía, Barcelona, 1987.

acumular para compensar a las generaciones futuras por la pérdida ocasionada. Según el planteo de Solow[17] una generación no necesariamente es deudora de otra generación de parte de los recursos naturales sino que sólo debería asegurarle la capacidad productiva que le permitiría el acceso a cierto nivel de consumo. La capacidad de producción se puede transmitir a través de las generaciones en forma de recursos naturales (por ej. un depósito mineral) o por vía de equipamiento de capital o conocimiento tecnológico. El punto de vista de Solow, transforma el problema de equidad intergeneracional en un problema de eficiencia en la asignación de los recursos planteado en un horizonte intertemporal. En su presentación Solow se centra en el modelo de crecimiento óptimo y acumulación de capital de Ramsey, adaptándolo mediante la incorporación de un stock inicial de un recurso no renovable como argumento de la función de producción. Utiliza un criterio de bienestar (opuesto al utilitarista del modelo de Ramsey) definido como el nivel de consumo alcanzado por la generación menos favorecida. Este se basa en el criterio de justicia de Rawls fundamentado en el principio del "velo de ignorancia" y en el criterio de "mínimo arrepentimiento" de decisión en condiciones de incertidumbre. El resultado muestra que si se acumula en bienes de capital la renta producida por los recursos naturales se logra estabilizar el consumo per cápita, alcanzando una asignación intertemporal de los recursos eficiente a la luz del criterio de equidad adoptado. El consumo permanece constante debido a que la acumulación de capital compensa la caída inevitable en el flujo del recurso natural. El punto central de la cuestión se basa en la regla de inversión propuesta, que es conocida como "regla de Hartwick" y constituye el tercer teorema fundamental de la economía de los recursos naturales. Hartwick[18] demuestra bajo ciertas condiciones que si la sociedad invierte la renta proveniente de un recurso natural no renovable en bienes de capital reproducibles y consume el producto restante, el sendero .de consumo permanece constante a través del tiempo, lo que en términos del criterio de equidad intergeneracional de Solow implica una solución óptima.

A continuación se presenta el modelo de Hartwick. Se supone una economía en la que se produce un bien x de consumo o de capital y

[17] Solow,R., "On The Intergenerational Allocation of Natural Resources", *Scandinavian Journal of Economics*, Nro.88, 1986, p.141-49.

[18] Hartwick, J., *op. cit.*

rendimientos constantes a escala. La función de producción tiene como argumentos una oferta fija de mano de obra, los servicios de un stock dado de capital acumulado por inversión previa y la extracción de parte de un stock de recurso natural no renovable. Se supone además que el tamaño de la población no crece y que no existe progreso tecnológico. Se utiliza la función de producción Cobb-Douglas que por ser homogénea de grado uno presenta rendimientos constantes a escala y se expresa de la siguiente manera:

$$x(t) = f\{k(t), y(t), 1\} \quad (4.1)$$

donde x(t) es el producto per cápita; k(t) es el capital per cápita; y(t) es el flujo per cápita de un recurso no renovable y 1 representa a la mano de obra que permanece constante. Cada uno de los insumos es esencial en el sentido que si alguno de ellos adopta un valor igual a 0 en el momento t resulta x(t)=0. Además la tecnología de producción cumple con los siguientes requisitos:

$$f_k = \delta f / \delta k > 0; f_y = \delta f / \delta y > 0; f_{kk} =$$
$$\delta^2 f / \delta k^2 < 0; f_{yy} = \delta^2 f / \delta y^2 < 0$$

En cada momento del tiempo el producto se divide entre el consumo corriente c(t), la inversión k y los costos de extracción ay(t), donde a es el costo medio de extracción del recurso no renovable:

$$x(t) = c(t) + \dot{k} + ay(t) \quad (4.2)$$

La función de inversión es la siguiente, y se la conoce como "regla de Hartwick" e indica que la inversión debe ser igual a la renta proveniente del recurso no renovable

$$\dot{k} = (\delta f / \delta y - a) y(t) \quad (4.3)$$

Además, la eficiencia en la extracción del recurso requiere que la tasa de retorno por unidad de capìtal se iguale a la tasa de retorno proveniente de conservar una unidad de recurso no renovable:

$$\delta \log(f_y - a) / \delta t = \delta f / \delta k \text{ (regla de Hotelling)} \quad (4.4)$$

que también se puede expresar como que la tasa de cambio en el producto marginal del recurso no renovable sea igual al producto marginal del capital, de manera tal que:

$$f_{yy}D_y + f_{yk}D_k = (\delta f / \delta k)[(\delta f / \delta y) - a] \quad (4.5)$$

donde $D_y = \delta y / \delta t \quad y \quad D_k = \delta k / \delta t$

Las ecuaciones (4.3) y (4.4) son dos ecuaciones diferenciales en las variables y(t) y k(t) y definen la dinámica de la economía. Los valores iniciales k(0) e y(0) son elegidos de manera tal que el stock inicial del recurso sea suficiente para mantener la economía en un horizonte infinito de tiempo; en otras palabras, existe un stock que va a permitir mantener el sendero de consumo resultante. La no renovabilidad del recurso sugiere que:

$$\delta S / \delta t = -y_t \quad (4.6)$$

donde S es el stock del recurso per cápita.
Diferenciando la función de producción con respecto al tiempo se obtiene:

$$\dot{x} = (\delta f / \delta k)\dot{k} + (\delta f / \delta y)\dot{y} \quad (4.7)$$

Para el caso particular de la función Cobb-Douglas, se tiene:

$$x = k^{\alpha} y^{\beta} \quad (4.8)$$

con

$$\alpha + \beta = 1; \delta f / \delta k = \alpha x / k; \delta f / \delta y =$$
$$\beta x / k; f_{yy} = \beta x(\beta - 1) / y^2; f_{yk} = \alpha\beta x / yk$$

La ecuación (4.5) queda expresada como:

$$\left[\beta x(\beta - 1) / y^2\right]D_y - \left[\alpha\beta x / yk\right]D_k = f_k(f_y - a) \quad (4.9)$$

Reemplazando $f_y = \beta x / y$ y $f_k = \alpha x / k$, se tiene:

$$
\begin{aligned}
&[f_y(\beta - 1)/y]D_y + [f_k \beta / y]D_k = f_k(f_y - a)\\
&f_y(\beta - 1)D_y + f_k \beta \ D_k = yf_k(f_y - a)\\
&\beta \ f_y D_y - f_y D_y + f_k \beta \ D_k = yf_k(f_y - a)\\
&\beta \ [f_y D_y - f_y D_y / \beta + f_k D_k] = yf_k(f_y - a) \quad (4.10)
\end{aligned}
$$

reemplazando en el denominador $\beta = f_y y / x$ se tiene:

$$f_y D_y - xD_y / y + f_k D_k = (y / \beta) f_k (f_y - a) \quad (4.11)$$

Sustituyendo D_k de (4.3):

$$
\begin{aligned}
&f_y D_y - xD_y / y + f_k(f_y - a)y = (y / \beta \ ) f_k(f_y - a) \quad (4.12)\\
&\beta [f_y D_y - (xD_y / y) + f_k(f_y - a)y] = yf_k(f_y - a)\\
&\beta [f_y D_y + f_k(f_y - a)y] = yf_k(f_y - a) + \beta \ xD_y / y
\end{aligned}
$$

reemplazando $\beta = f_y y / x$ se tiene:

$$\beta [f_y D_y + f_k(f_y - a)y] = D_y f_y + yf_k(f_y - a) \quad (4.13)$$

Como $0 < \beta < 1$ la ecuación (4.13) se satisface si:

$$f_y D_y + f_k(f_y - a)y = 0 \quad (4.14)$$

pero $f_y D_y + f_k(f_y - a)y = 0 \quad es \ D_x$; esto implica entonces que x es constante a través del tiempo, y entonces:

$$x(t) = c(t) + D_k + ay(t) \quad (4.15)$$

$$-c(t) = -x(t) + D_k + ay$$
$$-c(t) = -x(t) + (f_y - a)y + ay$$
$$-c(t) = -x(t) + f_y y - ay + ay$$
$$c(t) = x(t) - \beta x$$
$$c(t) = (1 - \beta)x \quad (4.16)$$

que representa el consumo per cápita e indica que es constante a través del tiempo porque x es constante.

Utilizando la definición de equidad intergeneracional, que expresa un consumo per cápita constante a través del tiempo, se establece que la regla de inversión propuesta implica equidad intergeneracional.

El análisis precedente presenta ciertas limitaciones[19] que deben ser consideradas. El modelo supone que la elasticidad de sustitución entre el capital y el recurso natural es por lo menos 1; si la elasticidad de sustitución es menor que 1 Solow[20] demuestra que la regla de Hartwick no es suficiente para mantener constante el consumo. De hecho existe incertidumbre acerca del valor de la elasticidad de sustitución entre los recursos naturales y los bienes de capital producidos y puede entonces resultar muy difícil asignar recursos entre generaciones presentes y futuras. Solow demuestra además, que si la posibilidad de sustitución no es suficiente para mantener constante el consumo, la incorporación de progreso técnico con población creciente tampoco permite mantenerlo. Existen además dos elementos que acrecientan la incertidumbre. El primero se vincula con la existencia de incertidumbre acerca del progreso técnico; el segundo considera que el tamaño de las reservas no es conocido con certeza, como tampoco se puede conocer el costo de extracción. Podrían lograrse importantes avances con refesencia a la

[19] Maler, K., "Comment on R.M.Solow,On the Intergenerational Allocation of Natural Resources", *Scandinavian Journal of Economics,* Nro.88, 1986, p.151-52.
[20] Solow, R.,*op.cit.*, p.147.

asignación intertemporal si se desarrollara una teoría del crecimiento que incorporase la incertidumbre acerca de la tecnología futura, el tamaño de la población y la disponibilidad futura de recursos naturales.

En otro trabajo, Hartwick[21] extiende el análisis considerando el uso de varios recursos naturales sustituíbles entre sí, alçanzando resultados similares al caso planteado.

2. Aspectos microeconómicos de la explotación de los recursos naturales no renovables

2.1 Características generales de la explotación de un recurso no renovable

La explotación de un recurso no renovable implica la transformación del mismo en un bien extraído listo para ser vendido en el mercado e involucra al menos tres etapas[22]: exploración, desarrollo y extracción. La exploración comprende la localización de depósitos potenciales del recurso y la estimación de sus características geofísicas. El desarrollo implica una delineación adicional de los rasgos del depósito y la preparación de los sitios para realizar la extracción del recurso.

El análisis de la oferta de un recurso no renovable es complejo debido a que consiste en el conjunto superpuesto de estas tres actividades que están intrínsecamente interconectadas. Los cambios producidos en factores institucionales o económicos en una etapa tienen efectos en las otras (ej. cambios en el precio del recurso extraído pueden alterar las decisiones de exploración y desarrollo, así como el comportamiento en la etapa de extracción). Resulta imprescindible entonces, analizar conjuntamente las decisiones tomadas en cada una de estas etapas del proceso de transformación y la interacción entre estas decisiones para comprender el proceso de formación de la oferta en su totalidad. La oferta del recurso es un proceso dinámico; las decisiones en cada etapa dependen de consideraciones intertemporales, debido a que en cada momento del tiempo las decisiones dependen de los precios y

---

[21] Hartwick, J., "Substitution Among Exhaustible Resources and Intergenerational Equity",*Review of Economics Studies*, Nro.45, 1978, p.347-54.

[22] Bohi, D., and Toman, M., *Analysing Nonrenewable Resource Supply*, Resources for the Future, Washington D.C., 1984, cap. 1.

costos corrientes, de las decisiones pasadas influenciadas por los precios y costos pasados y de la anticipación de los precios y costos futuros.

El vínculo existente entre los efectos del agotamiento y escasez del recurso y el costo de producción del mismo juegan un rol fundamental en el análisis de la explotación de un recurso no renovable.

Las restricciones sobre la oferta del recurso provienen de la existencia de costos de producción crecientes más que de límites físicos. El agotamiento tiene efectos sobre los costos futuros; por ejemplo en el caso de un reservorio de petróleo la extracción corriente reduce la presión del reservorio y esto aumenta el costo de extracción en los períodos subsiguientes. El costo de extracción está positivamente correlacionado con el volumen acumulado de extracciones pasadas o negativamente correlacionado con el volumen de reservas remanentes.

Los efectos del agotamiento no sólo se manifiestan en la etapa de extracción sino que surgen también en las etapas de exploración y desarrollo. Los costos en esta última etapa crecen porque normalmente se desarrollan primero los mejores sitios entre los depósitos conocidos. Los efectos del agotamiento se encuentran en general correlacionados positivamente con el volumen de reservas desarrolladas y negativamente con el stock de reservas descubiertas que esperan ser desarrolladas.

Una relación similar se encuentra en la exploración; en promedio el costo de nuevos descubrimientos crece en el tiempo con el volumen de descubrimientos ya que los proyectos más atractivos son explorados primero.

En síntesis los costos en cualquiera de las etapas crecen con el tiempo debido a que los stocks de los recursos no renovables son finitos en el presente. La existencia de costos crecientes puede restringir la oferta del recurso, provocar un aumento de su precio e incentivar a la conservación del recurso, a través por ejemplo, de la búsqueda de sustitutos inagotables. Si el precio crece suficientemente provocará que el consumo sea nulo antes de que el recurso se agote físicamente. La consideración de costos crecientes pone énfasis en el *agotamiento económico* más que en el *agotamiento físico* del recurso.

Algunas características particulares de la tecnología de producción de recursos no renovables como el petróleo son tratadas por Kuller y Cummings[23]. Ellos desarrollan un modelo diferenciando el manejo natural del reservorio (producción primaria) de los métodos artificiales (producción secundaria). Muestran cómo la presión existente en la cuenca y el sendero de agotamiento de la misma desempeñan un rol crucial en la determinación de la tasa de extracción y del volumen de petróleo recuperable. Debido a que la presión puede ser aumentada o mantenida en forma artificial a través de la inversión (por ej: bombeo de agua, gas, vapor u otros fluídos) discuten el rol de la inversión sobre el stock recuperable del recurso y la tasa de producción.

En la sección siguiente se presentan distintos modelos de explotación de recursos no renovables. Los modelos van creciendo en complejidad a medida que se avanza en la presentación. Los más sencillos son expuestos en primer término y suponen la no existencia de costos de extracción y un stock de reservas iniciales fijo que debe ser agotado completamente en un horizonte temporal finito y tienen en cuenta la estructura de mercado prevaleciente presentando los casos correspondientes a competencia perfecta y monopolio. El modelo que le sigue incorpora formalmente los efectos del agotamiento en el proceso de oferta considerando una base del recurso fija. Por último se discute un modelo que considera la incorporación de nuevas reservas a través de los procesos de exploración y desarrollo.

Los modelos que se presentan a continuación están basados en el supuesto simplificador de información completa acerca de los precios y costos futuros. En realidad, existen problemas de información[24], por lo que la teoría debería incorporar una explicación de cómo la incertidumbre influye en las decisiones de las empresas. Los precios futuros son inciertos debido a cambios impredecibles en la demanda del recurso, a cambios en la estructura del mercado y a la incorporación o eliminación de restricciones regulatorias. Los costos futuros son inciertos debido al conocimiento imperfecto de las caracteríticas geológicas de los depósitos de recursos, al conocimiento imperfecto del tamaño del stock de reservas no desarrolladas, y al cambio

---

[23] Kuller, R. and Cummings, R., "An Economic Model of Production and Investment for Petroleum Reservoirs",*The American Economic Review*, vol. 64, Nro. 1, 1974, p. 66-79.

[24] Bohi,D. and Toman, M., *op. cit*, cap.4.

tecnológico. El reconocimiento de la incertidumbre introduce la discusión de temas como la actitud de los individuos frente al riesgo y la forma en que se determinan sus expectativas acerca de los eventos futuros. Esta discusión para un modelo de extracción y exploración puede encontrarse en Pesaran[25] y Devarajan y Fisher[26].

2.2 El caso simple

Conforme a la estructura de mercado prevaleciente, se observan diferencias en los niveles de explotación y en el horizonte de agotamiento de un recurso no renovable. A continuación se presentan dos modelos básicos[27]. El primero se refiere a la tasa de extracción en una industria minera perfectamente competitiva, y el otro al caso de la explotación en monopolio. En ambos se supone que no existen costos de extracción y que el stock de reservas iniciales S debe ser agotado completamente en un horizonte temporal finito.

Bajo el supuesto de competencia perfecta en el mercado del recurso minero la extracción en el momento t se determina de acuerdo a la siguiente función de demanda:

$$q(t) = D[p(t)] \quad (2.1)$$

donde q(t) representa el volumen extraído en t y D representa la demanda de mercado del recurso en t. Las reservas iniciales S deben ser agotadas en el momento T de manera tal que se cumpla la siguiente condición:

$$\int_0^T q(t)dt = S \quad (2.2)$$

---

[25] Pesaran, M., "An Econometric Analysis of Exploration and Extraction of Oil in the U.K. Continental Shelf", *The Economic Journal*, Nro. 100, 1990, p. 367-390.

[26] Devarajan, S., and Fisher, A., "Exploration and Scarcity", *Journal of Political Economy*, vol. 90, Nro. 6, 1982, p. 1279-1290.

[27] Conrad, J. y Clark, C., *op. cit.*, cap. 3.

lo que implica que en t=T q(T)=0. Se supone además que el precio se comporta según la regla de Hotelling creciendo en forma exponencial a la tasa de interés de mercado, esto es:

$$p(t) = p(0)e^{rt} \quad (2.3)$$

donde r es la tasa de interés. A partir de (2.1), (2.2) y (2.3) se llega a la siguiente expresión:

$$q(T) = D\left[p(0)e^{rT}\right] = 0 \quad (2.4)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones compuesto por (2.1), (2.2) y (2.4) se pueden determinar el precio inicial p(0), T y el sendero de extracción a lo largo del tiempo.

Considerando el caso de la estructura monopólica y bajo el supuesto de que el monopolista desea maximizar el valor presente de sus beneficios el problema consiste en elegir un curso de explotación optimal y debe formularse como un problema de optimización dinámica tomando como variable de control a la tasa de explotación y como variable de estado al volumen de las reservas. La función objetivo del monopolista es:

$$B = \int_0^{Tm} P[q(t)]q(t)e^{-rt}\,dt \quad (2.5)$$

en donde Tm es el horizonte de agotamiento de las reservas para el monopolista y P[q(t)] es la inversa de D[p(t)] (la demanda de mercado considerada en el caso anterior). La restricción del problema se define como:

$$dS(t) / dt = \dot{S} = -q(t) \quad (2.6)$$

que formalmente representa la ecuación de movimiento del problema, en donde S(t) son las reservas remanentes. Además, la condición de contorno es S(0)=S. Este problema puede resolverse utilizando la técnica del principio del máximo y entonces el valor corriente del Hamiltoniano del monopolista se puede escribir de la siguiente manera;

$$H(t) = P[q(t)]q(t) - \mu(t)q(t) \quad (2.7)$$

Las condiciones de primer orden correspondientes son:

$$\partial H / \partial q(t) = P[q(t)] + [dP / dq(t)]q(t) - \mu(t) = 0 \quad (2.8)$$

$$-\partial H / \partial S(t) = \dot{\mu} - r\mu(t) = 0 \quad (2.9)$$

$$\partial H / \partial \mu(t) = -q(t) \quad (2.10)$$

de (2.8) $IMg = \mu(t)$ y de (2.9) $\dot{\mu} / \mu = r$ que implica que el valor corriente del precio sombra crece a la tasa de interés. De (2.8) y (2.9) se obtiene

$$I\dot{M}g / IMg = r \quad (2.11)$$

Esta última ecuación indica que el monopolista extrae mineral de modo que el ingreso marginal crezca a la tasa de interés. A diferencia del modelo anterior, aquí no es necesaria una hipótesis acerca del comportamiento del precio.

Como conclusión se observa inicialmente una explotación más intensa del recurso y consecuentemente un agotamiento más rápido del mismo en condiciones de competencia perfecta en comparación con el monopolio. Este resultado es habitual en la teoría económica, ya que el monopolista restringe la producción con el objetivo de obtener un precio mayor. Si bien esta práctica puede sugerir que el monopolio es una estructura de mercado del recurso conservacionista, debe tenerse en cuenta que el objetivo no es la conservación para las generaciones futuras sino simplemente el incremento del valor presente de los beneficios del monopolista.

La asociación de monopolio con conservacionismo es un resultado discutido en la teoría económica y válido sólo bajo ciertas circunstancias[28].

[28] Una presentación breve de este punto puede encontrarse en Chiang, A., *Elements of Dynamics Optimization*, Mc. Graw Hill, 1992, cap. 6.

Este punto fue examinado por diversos autores que utilizando diferentes supuestos arribaron a conclusiones opuestas. En la misma línea del modelo planteado en esta sección se identifica el trabajo de Stiglitz[29] quien muestra que si la elasticidad de la demanda del recurso crece con el tiempo (debido por ejemplo al descubrimiento de sustitutos) o si el costo medio de extracción es constante pero decrece con el tiempo (debido al uso de una mejor tecnología) el monopolista tiende a ser conservacionista. A la conclusión opuesta arriban Lewis[30] y otros mostrando que el monopolista agota rápidamente el recurso natural para dos casos especiales tales como la existencia de costos de extracción constantes y elasticidad de la demanda creciente en relación al consumo.

2.3 El efecto agotamiento y los costos de la firma

El modelo que se presenta a continuación[31] considera las decisiones de oferta de una firma individual que procura maximizar el valor presente de sus beneficios. El punto crucial que lo diferencia del modelo anterior es la representación formal de los efectos que el agotamiento de las reservas tiene en el proceso de oferta, a través de la dependencia que tiene el costo de extracción del nivel de reservas existentes. Los supuestos del modelo son los siguientes: no existe incertidumbre (la firma tiene información completa de los precios y costos futuros); no hay producción conjunta[32], la firma produce un único bien homogéneo; no existen costos externos[33], los costos de cada

[29] Stiglitz, J.E., "Monopoly and the Rate of Extraction of Exhaustible Resources", *The American Economic Review*, September 1976, p. 655-661.

[30] Lewis, T., Matthews, S. and Burness, S., "Monopoly and the Rate of Extraction of Exhaustible Resources: Note", *The American Economic Review*, March 1979, p. 227-230.

[31] Bohi, D. and Toman, M., *op. cit*, cap.2.

[32] Algunos recursos no renovables como el petróleo y el gas natural, frecuentemente son encontrados juntos en el mismo reservorio y pueden ser desarrollados y extraídos en proporciones variables. En este caso las decisiones de oferta de uno de los recursos están vinculadas a las decisiones de oferta del otro. A través de una extensión del modelo básico presentado en esta sección se pueden analizar las implicancias de la producción conjunta de dos recursos en el comportamiento de la oferta. Ver Bohi, D. and Toman, M., *op. cit.*, cap.3.

[33] Una extensión del modelo relajando el supuesto de inexistencia de interacción entre las

empresa dependen sólo de sus decisiones y son independientes de las decisiones de otras firmas y la empresa actúa como precio aceptante; la producción está totalmente integrada en todos los estadios del proceso de oferta, lo que implica que dentro de la misma firma se toman las decisiones de exploración, desarrollo y extracción.

La versión más sencilla se presenta considerando al tiempo como una variable discreta y considera sólo la decisión de extracción sobre la base de una reserva del recurso fija concentrándose en la decisión de cuándo y con qué intensidad se debe extraer el recurso. Se define q_t como la tasa de extracción del recurso en $t \geq 0$ y St como el stock disponible de reservas en el momento t. Debido a que no se consideran las actividades de exploración y desarrollo de nuevas reservas y por lo tanto se elimina la posibilidad de incorporar nuevas reservas, siempre se cumple que:

$$S_{t+1} = S_t - q_t \quad t = 0,1,\ldots(3.1)$$

con una reserva inicial dada S_0. El costo de extracción de la empresa está representado por la función E(q,S), donde la dependencia de S indica el efecto del agotamiento sobre el costo de extracción, con $E_S(q,S) < 0$ de manera que el costo aumenta a medida que las reservas disminuyen; $E_q(q,S) > 0$ que indica que el costo total es creciente y por lo tanto el costo marginal de extracción es positivo y $E_{qq} > 0$ que indica que el costo marginal es creciente a medida que aumenta la tasa de extracción para cualquier nivel de reservas.

Se supone además que no existe cambio tecnológico[34], que el precio del recurso extraído es p_t y el sendero de precios $\{p_t, T \geq 0\}$ es conocido ex-ante por la empresa y es independiente de las decisiones de extracción. El valor presente de los beneficios de la firma a través del tiempo se define como:

---

decisiones de una firma y los costos de las otras firmas puede consultarse en Bohi, D. and Toman, M., *op. cit.*, cap.3.

[34] El modelo presentado puede extenderse permitiendo la incorporación de progreso técnico endógeno. Ver Bohi, D. and Toman, M., *op. cit.* , cap. 3.

$$V(q_0, q_1, \ldots, q_T, T) = \sum_{t=0}^{T} d^t \left[p_t q_t - E(q_t, S_t) \right] \quad (3.2)$$

donde d=1/1+r es el factor de descuento (con r>0) y T es el momento en que cesa la extracción. El valor presente de los beneficios depende tanto del valor de T como del plan de extracción $\{q_t\}$. La elección de la firma consiste en la determinación de un plan de extracción $\{q_t\}$ y una fecha terminal T que maximicen la función (3.2) sujeta al sendero de precios $\{p_t\}$, a la función de costos, a las reservas iniciales $\overline{S}$, a la ecuación de cambio del stock (3.1), a que $q_t \geq 0$ y al requerimiento de que la extracción acumulada no puede exceder al stock inicial de reservas.

En el modelo se considera la posibilidad de que $S_{t+1} \geq 0$, de manera tal que el recurso no se agote completamente. Este supuesto de agotamiento físico incompleto parece más apropiado que la presunción de agotamiento completo en recursos tales como el petróleo que son abandonados mucho antes de ser agotados físicamente debido a que su extracción se torna antieconómica. Formalmente son dos las condiciones suficientes para que el agotamiento incompleto surja del modelo considerado. La primera es que el sendero de precios está uniformemente limitado de manera tal que exista un precio $\overline{p} > 0$ donde $p_t \leq \overline{p}$ para todo t. La segunda condición es que haya un nivel del stock previo al agotamiento completo para el cual el costo marginal de extracción exceda el máximo precio posible $\overline{p}$, eliminando el incentivo para continuar la explotación.

En cada momento la elección de la tasa de extracción depende del balance entre el ingreso marginal (que en el caso competitivo coincide con el precio) y el costo de oportunidad marginal de extracción. Bajo la hipótesis de agotamiento incompleto este costo marginal tiene dos componentes; por un lado el aumento en el costo corriente de operación por el aumento en la extracción y por otro lado el incremento en el costo de extracción futuro por la caída de las reservas. En cada momento m > t el costo de oportunidad de un incremento en la extracción en el momento t está dado por

$-E_S(q_m, S_m) > 0$ indicando la tasa de incremento en el costo con respecto a la declinación en las reservas.

Para que una tasa de extracción $q_t > 0$ sea óptima, siendo las reservas existentes S_t, es necesario que el precio se iguale al valor presente de estos costos futuros más el costo marginal de operación corriente, como se expresa en la ecuación siguiente:

$$p_t = E_q(q_t, S_t) + \sum\nolimits_{m=t+1}^{T} d^{m-t}\left[-E_S(q_m, S_m)\right] \quad (3.3)$$

Cuando el lado derecho de la ecuación (3.3) excede al precio, la extracción se torna antieconómica y $q_t = 0$ es la tasa óptima. Otra forma de escribir la ecuación (3.3) es la siguiente:

$$d^t\left[p_t - E_q(q_t, S_t)\right] = \sum\nolimits_{s=t+1}^{T} d^m\left[-E_S(q_m, S_m)\right] \quad (3.4)$$

que establece que el beneficio marginal descontado de la última unidad de recurso extraída se iguala a la suma descontada de los incrementos en el costo futuro de extracción.
Los términos $\sum d^{m-t}(-E_S)$ y $\sum d^m(-E_S)$ representan el costo del usuario que se define como el valor presente de los beneficios futuros a los que se renuncia por la decisión de producir más hoy. En el momento terminal T la condición de beneficio marginal se reduce a:

$$d^T\left[p_T - E_q(q_T, S_T)\right] = 0 \quad (3.5)$$

e indica que el beneficio marginal descontado se hace nulo cuando cesa la extracción. Esta es una consecuencia del supuesto de agotamiento incompleto.

Las ecuaciones (3.3), (3.4) y (3.5) deben ser interpretadas como valores de stock o condiciones de equilibrio de portafolio para mantener las reservas bajo tierra como un activo durable. Restando la ecuación (3.3) en t+1 a la misma ecuación en el momento t se obtiene:

$$(p_{t+1} - E_q^{\ t+1}) - (p_t - E_q^{\ t}) = \sum\nolimits_{m=t+2}^{T} d^{m-t-1} E^{m}_{S} - \sum\nolimits_{m=t+1}^{T} d^{m-t} E_S^{\ m}$$
$$= E_S^{\ t+1} + (1-d^{-1}) \sum\nolimits_{s=t+1}^{T} E_S^{\ m} \quad (3.7) \qquad (3.6)$$
$$= E^{t+1}{}_S + r(p_t - E^t{}_q) \quad (3.8)$$

Dividiendo ambos lados por $(p_t - E^t{}_q)$ y reordenando los términos se tiene:

$$\left\{\left[\left(p_{t+1} E^{t+1}{}_q\right) - \left(p_t - E^t{}_q\right)\right] / \left(p_t - E^t{}_q\right)\right\} +$$
$$\left(-E^{t+1}{}_S\right) / \left(p_t - E_q^{\ t}\right) = r \quad (3.9)$$

El primer término del lado izquierdo es la tasa de ganancia de capital por mantener las reservas bajo tierra. El segundo término es la "tasa de dividendo"o la tasa a la cual se economiza al mantener las reservas. Si r es la tasa de interés de mercado, la ecuación (3.9) implica que el valor presente neto de la extracción se maximiza cuando la tasa de ganancia de capital más el dividendo sobre las reservas en el lugar se iguala a la tasa de interés. Esta es la condición de equilibrio para mantener las reservas como un activo.

La regla del beneficio marginal caracteriza el sendero de extracción para cualquier elección de T. Para determinar la fecha terminal óptima y el sendero de extracción se necesita una condición adicional. Bajo el supuesto de agotamiento incompleto la condición requerida es que el beneficio medio descontado y el beneficio marginal descontado se hagan cero de manera que el valor económico del depósito sea agotado a los costos y precios prevalecientes. El óptimo en el momento terminal T se encuentra cuando el precio se iguala al costo marginal y al costo medio. Formalmente esta condición se puede escribir como:

$$d^T \left[p_T q_T - E(q_T, S_T)\right] = 0 \quad (3.10)$$

La ecuación (3.3) muestra que la decisión de exuracción en el momento t depende del precio corriente p_t de la extracción pasada (a través de su efecto sobre las reservas) y del tamaño inicial de las reservas (que determinan la posición inicial del costo marginal de extracción). La extracción también depende del costo del usuario y el costo del usuario depende de las decisiones de extracción futuras. A su vez, las decisiones en el futuro dependen de las expectativas del productor acerca de los precios y costos futuros. A través de la resolución de las ecuaciones (3.3), (3.5) y (3.10) se obtiene la función de oferta del recurso. Si T es el tiempo terminal, S_T es fijo y $E_{qq} > 0$ reinvirtiendo (3.5) se obtiene:

$$q_T = f_T(p_T, S_T) \quad (3.11)$$

en donde f_T especifica la tasa óptima de extracción en el último período, dados para ese período P_T y las reservas remanentes S_T. La regla del beneficio marginal para la extracción en T-1 (por la ecuación (3.3)) es:

$$p_{T-1} = E_q(q_{T-1}, S_{T-1}) - dE_S(q_T, S_T) \quad (3.12)$$

y reemplazando q_T de la ecuación (3.11) y considerando a partir de (3.1) que se puede reescribir de la siguiente manera:

$$p_{T-1} = E_q(q_{T-1}, S_{T-1}) - dE_S\left[f_t(p_T, S_{T-1} - q_{T-1}), (S_{T-1} - q_{T-1})\right] \quad (3.13)$$

con S_{T-1} fijo la ecuación (3.13) se resuelve para q_{T-1} de manera tal que:

$$q_{T-=1} = f_{t-1}(p_{T-1}, p_T, R_{T-1}) \quad (3.14)$$

Procediendo de esta manera se pueden derivar las funciones de oferta del recurso extraído para t=0,1,...,T., quedando expresadas como:

$$q_t = f_t(p_t, p_{t+1}, \ldots, p_T, S_t) \quad (3.15)$$

en donde para cualquier t f_t especifica la tasa de extracción que maximiza el valor presente neto dado el nivel de reservas remanentes S_t y el sendero de precios $\{p_t, p_{t+1}, \ldots, p_T\}$. El sendero de tasas de extracción para una elección arbitraria de T se determina usando la ecuación (3.1) y la condición inicial $S_0 = S: q_0 = f_0(p_0, \ldots, p_T, S), q_1 = f_1(p_1, \ldots, p_T, S_0 - f_0(p_0, \ldots, p_T, S))$ y así siguiendo. La función de oferta de extracción tiene la forma general:

$$q_t = f_t(p_t, p_{t+1}, \ldots, S_t) \quad (3.16)$$

2.4 El descubrimiento de nuevas reservas

Los modelos de explotación de recursos no renovables planteados anteriormente presuponen un stock fijo de reservas. Los procesos de exploración otorgan la posibilidad de aumentar las reservas, y las decisiones vinculadas a la incorporación de las mismas modifican sustancialmente el sendero de extracción óptimo. El incentivo para incorporar nuevas reservas a las existentes se encuentra en la dependencia que tienen los costos de extracción del nivel de reservas, que provoca una disminución de los mismos a medida que estas aumentan (también surge un incentivo si se anticipa un aumento en los costos de exploración). Un modelo que incorpora esta alternativa es el de Pindyck[35] y es el que se presenta en esta sección.

Una discusión acerca del proceso de exploración de petróleo y de distintos métodos de estimación de reservas (geológicos y estadísticos) puede encontrarse en Uhler[36] donde se presenta un modelo estimable de

[35] Pindyck, R., "The Optimal Exploration and Production of Nonrenewable Resources", *Journal of Political Economy*, vol. 86, Nro.5, 1978, p. 841-861.
[36] Uhler, R., " Costs and Supply in Petroleum Exploration: The Case of Alberta", *Canadian Journal of Economics*, IX, Nro.1, 1976, p.72-90.

descubrimiento de reservas que incorpora la incertidumbre inherente al proceso exploratorio.

El modelo de Pindyck considera a la exploración como la acumulación o el mantenimiento del nivel de reservas. Además, sustenta el agotamiento del recurso en la hipótesis de adición de reservas decreciente a medida que las reservas acumuladas se incrementan. El nivel deseado de reservas depende en gran parte del comportamiento de los costos de extracción. Si estos son independientes del tamaño de las reservas (y considerando que no existe incertidumbre acerca de los descubrimientos resultantes de las actividades de exploración) las firmas pueden posponer sus actividades exploratorias y no mantener las reservas. Si en cambio, el costo de extracción crece a medida que las reservas declinan (como se vió en algunos de los modelos anteriores) y a pesar de que la relación exacta entre estas variables es compleja, aparece claramente el incentivo para realizar actividades exploratorias.

En su modelo Pindyck examina simultáneamente la exploración y la extracción de un recurso no renovable analizando en forma conjunta la dinámica de ambas. Los productores simultáneamente determinan los niveles óptimos de la actividad de exploración y producción, resultando un nivel de reservas óptimo que equilibra los ingresos obtenidos con los costos de exploración, extracción y el costo del usuario.

Como primera alternativa, supone un gran número de firmas idénticas que actúan en condiciones de competencia perfecta. Cada una de ellas es tomadora de precios y elige la tasa de extracción q sobre una base de reservas comprobadas S. El costo medio de producción $C_1(S)$ aumenta a medida que las reservas comprobadas se van agotando $(C_1'(S) < 0$. La incorporación de nuevas reservas ocurre en respuesta al nivel del esfuerzo exploratorio w (que se puede representar a través del número de pozos de exploración perforados). La tasa del flujo de adiciones a las reservas existentes depende de w y de las adiciones de reservas acumuladas x de manera que:

$$\dot{x} = f(w,x) con f_w > 0 y f_x < 0 \quad (4.1)$$

Esta última expresión indica que a medida que se desarrollan las actividades de exploración, se torna cada vez más difícil hacer nuevos descubrimientos (x es una medida de la madurez de la cuenca). El costo del esfuerzo exploratorio es $C_2(w)$ con $C_2'(w) > 0$ y $C_2''(w) > 0$. El costo marginal del descubri-miento de nuevas reservas se define como $C_2'(w)/f_w$ y aumenta cuando w aumenta. Se supone además que $C_1'(S) \rightarrow \infty$ *cuando* $S \rightarrow 0$.

El problema del productor consiste en maximizar el valor presente de los beneficios de manera que su función objetivo se expresa como:

$$MaxW = \int_0^{\infty} [qp - C_1(S)q - C_2(w)]e^{-rt}\,dt \geq \quad (4.2)$$

sujeta a:

$$\dot{S} = \dot{x} - q \quad (4.3)$$

$$\dot{x} = f(w,x) \quad (4.4)$$

$$S \geq 0; q \geq 0; w \geq 0; y x \geq 0 \quad (4.5)$$

Para resolver este problema de control óptimo se utiliza el principio del máximo, siendo la siguiente expresión el Hamiltoniano:

$$H = qe^{-rt}(p - C_1(S)) - C_2(w)e^{-rt} + \lambda_1[f(w,x) - q] + \lambda_2 f(w,x) \quad (4.6)$$

Las condiciones de primer orden se determinan a partir de

$\partial H/\partial q, \quad \partial H/\partial w, \quad -\partial H/\partial S, \quad -\partial H/\partial x:$

$$\partial H/\partial q = pe^{-rt} - C_1(S)e^{-rt} - \lambda_1 = 0 \quad (4.7)$$

$$\partial H/\partial w = -C_2'(w)e^{-rt} + \lambda_1 f_w + \lambda_2 f_w = 0 \quad (4.8)$$

$$-\partial H/\partial S = \dot{\lambda}_1 = C_1'(S)qe^{-rt} \quad (4.9)$$

$$-\partial H / \partial x = \dot{\lambda}_2 = -(\lambda_1 + \lambda_2) f_x \qquad (4.10)$$

La ecuación (4.7) representa la condición de equilibrio de largo plazo en la industria suponiendo perfecta movilidad del capital; λ_1 es siempre positivo y representa el cambio en el valor presente de los beneficios futuros resultante de adicionar una unidad de reservas; $\dot{\lambda}_1$ es negativo debido a que $C'_1(S)$ es negativo. Se deduce entonces que en algún punto la producción cesa (generalmente antes que las reservas comprobadas se hagan cero) aún cuando las actividades de exploración puedan aumentar las reservas. Diferenciando la expresión (4.7) con respecto al tiempo se tiene:

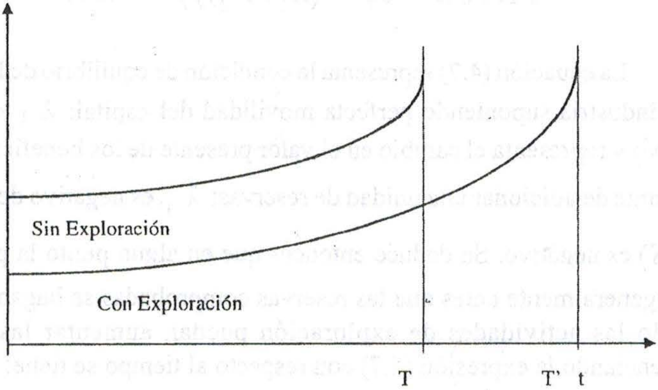
$$\dot{p}e^{-rt} - rpe^{-rt} - C'_1(S)\dot{S}e^{-rt} + rC_1(S)e^{-rt} - \dot{\lambda}_1 = 0 \qquad (4.11)$$

Despejando $\dot{\lambda}_1$, reemplazando $\dot{S}$ por (3.3) e igualando esa expresión con (4.9) se obtiene:

$$\dot{p} = rp - rC_1(S) + C'_1(S) f(w, x) \qquad (4.12)$$

que describe la dinámica del sendero de precios y permite observar que el precio del recurso crece más lentamente que en el caso sin exploración ($\dot{p} = rp - rC_1(S)$). Si $C'_1(S)$ es cero (esto es si el costo de producción es independiente del nivel de reservas) la variación del sendero de precios no se ve afectada por la exploración y coincide con la obtenida en el caso de costos constantes de Hotelling. Sin embargo, la expresión (4.12) muestra que las actividades exploratorias afectan al sendero de precios. En este caso el precio se encuentra en un nivel menor debido a que las reservas planeadas (el total de reservas disponibles incluyendo las reservas adicionales por la actividad exploratoria) son mayores que las reservas iniciales. Las trayectorias del precio con y sin exploración se muestran para costos constantes de extracción en la siguiente figura.[37]

[37] Pindyck, R., *op. cit.*, p. 846.



Para obtener $\dot{w}$ se parte de la ecuación (4.8) y se encuentra la siguiente expresión para λ_1 :

$$\lambda_1 = \left[(C_2'(w)e^{-rt})/f_w\right] - \lambda_2 \quad (4.13)$$

y reemplazando λ_1 de (4.7) se obtiene :

$$\lambda_2 = \left[C_2'(w)/f_w\right]e^{-rt} - pe^{-rt} + C_1(S)e^{-rt} \quad (4.14)$$

Utilizando (4.7) y (4.14) se puede reescribir la ecuación (4.10) de la siguiente manera:

$$\lambda_2 = -(f_x/f_w)C_2'(w)e^{-rt} \quad (4.15)$$

Diferenciando (4.14) respecto al tiempo y reemplazando $\dot{S}, \dot{x}, y\, \dot{p}$ de (4.3), (4.4), (4.12) respectivamente se obtiene la siguiente expresión para λ_2 :

$$\lambda_2 = -C_2'(w)\left[(f_{wx}f)/(f_w^{\,2})\right]e^{-rt} + \left\{\left[f_w C_2''(w) - C_2'(w)f_{ww}\right]/(f_w)^2\right\}we^{-rt} -$$
$$(r.C_2'(w)/f_w)e^{-rt} - C_1'(S)qe^{-rt} \quad (4.16)$$

Igualando esta última expresión con (4.15) y reordenando los términos se obtiene una ecuación que describe la dinámica del esfuerzo exploratorio:

$$\dot{w} = \left\{C_2'(w)\left[(f_{wx} / f_w)f - f_x + r\right] + C_1'(S)qf_w\right\} / \left\{C_2''(w) - C_2'(w)(f_{ww} / f_w)\right\} \quad (4.17)$$

Las condiciones de contorno para las ecuaciones (4.12) y (4.17) dependen de si $C_2'(0) / f_w(0)$ es igual a 0 o no. Se supone primero que $C_2'(0) / f_w(0)$ es igual a 0 (suele ser frecuente desde el punto de vista empírico). En el momento terminal T (cuando la extracción cesa) no tiene sentido realizar algún esfuerzo exploratorio y entonces w debe ser cero. Una segunda condición de contorno se obtiene de la condición de transversalidad; debido a que no hay un costo terminal asociado con los descubrimientos acumulados x, $\lambda_2(T) = 0$. Entonces por la ecuación (4.14) y por el hecho de que $C_2'(0) / f_w(0) = 0$, se tiene que $p_T = C_1(S_T)$, esto es, el precio crece cuando las reservas caen hasta que el beneficio de la última unidad del recurso se hace cero. Finalmente se puede ver de la ecuación (4.7) que λ_1 cae a 0 en el momento T.

Considérese ahora el caso en que $C_2'(0) / f_w(0) = \phi > 0$. En este caso el esfuerzo exploratorio puede hacerse 0 antes de que la extracción se haga 0. Se define el momento $T_1 < T$ como el momento en el cual el esfuerzo exploratorio se hace 0. Por la condición de transversalidad $\lambda_2(T) = 0$. También w=0, $\dot{\lambda}_2 = 0$ y entonces $\lambda_2(T_1) = 0$. Entonces de (4.7) y (4.14) para $t \geq T_1$, $p - C_1(S) = \lambda_1 e^{rt} = \phi$; $\dot{\lambda}_1 = -r\lambda_1$ y usando (4.9), $C_1'(S)q = -r\,\phi$ .Esto describe el comportamiento de w, q y p y expresa que w se hace 0 en T_1 justamente cuando $p - C_1(S) \rightarrow \phi$ y $-C_1'(S)q / r \rightarrow \phi$ entonces para $t \geq T_1$ ambos $p - C_1(S)$ y $C_1'(S)q$ permanecen constantes, de manera que p,

C_1, y C_1' crecen cuando q cae.

El patrón de comportamiento del esfuerzo exploratorio, el precio y la extracción dependerán críticamente del nivel inicial de reservas. Existe un *trade-off* intertemporal que equilibra la ganancia de posponer la exploración (sus costos pueden ser descontados) con la pérdida de tener un costo de producción corriente mayor resultante de una menor base de reservas. Si las reservas iniciales son grandes y $C_1(S)$ es pequeño, entonces la exploración se puede posponer para el futuro; en cambio si las reservas iniciales son pequeñas, la exploración ocurrirá tempranamente para aumentar la base de reservas comprobadas. En este último caso la extracción se puede incrementar inicialmente (cuando el precio cae) y luego las reservas y la extracción pueden caer a medida que el esfuerzo exploratorio disminuye.

Una segunda alternativa planteada en el trabajo de Pindyck corresponde al caso en que el productor del recurso no renovable es monopolista. Al igual que en el caso competitivo el monopolista debe elegir q y w para maximizar el beneficio descontado de la ecuación (4.2), con la diferencia que se enfrenta a una función de demanda p(q) con p'(q)<0. Las ecuaciones (4.9) y (4.10) quedan iguales que en el caso anterior, pero al derivar el hamiltoniano con respecto a q se obtiene:

$$\lambda_1 = IMg_t e^{-rt} - C_1(S)e^{-rt} \qquad (4.18)$$
$$con\, IMg = p + q(\delta p / \delta q)$$

Diferenciando (4.18) con respecto al tiempo se tiene:

$$\dot{\lambda}_1 = I\dot{M}g e^{-rt} - rIMg - C_1'(S)\dot{S}e^{-rt} + rC_1(S)e^{-rt} \qquad (4.19)$$

igualando esta expresión con (4.9) y reemplazando (4.3) se obtiene:

$$I\dot{M}g = C_1'(S)f(w,x) - rC_1(S) + rIMg \qquad (4.20)$$

Nuevamente si los costos de extracción no dependen del nivel de reservas el caso es el planteado por Hotelling debido a que el ingreso marginal neto del costo de extracción crece a la tasa de descuento.

Maximizando el hamiltoniano respecto a w y sustituyendo (4.18) para λ_1 se obtiene:

$$\lambda_2 = \left[C_2'(w)/f_w\right]e^{-rt} - IMge^{-rt} + C_1(S)e^{-rt} \quad (4.21)$$

Diferenciando esta última expresión con respecto al tiempo, reemplazando por (4.3) e igualando con (4.10) (siguiendo un procedimiento similar al caso competitivo) se obtiene:

$$\dot{w} = \left\{C_2'(w)\left[(f_{wx}/f_w)f - f_x + r\right] + C_1'(S)qf_w\right\} / \left\{C_2''(w) - C_2'(w)(f_{ww}/f_w)\right\} \quad (4.22)$$

Esta ecuación que describe el sendero óptimo de exploración es idéntica al caso de competencia perfecta (ec. 4.17), pero esto no implica que el comportamiento del esfuerzo exploratorio es el mismo. En la medida en que q es inicialmente menor para el monopolista $\dot{w}$ debe ser mayor debido a que $C_1'(S)$ es negativo.

En síntesis, el modelo de Pindyck demuestra que el sendero del precio depende del nivel inicial de reservas y de la magnitud y comportamiento del costo de extracción. Si las reservas iniciales son grandes, el costo de extracción es bajo y el precio crece suavemente como en el modelo de Hotelling. Además, $\dot{w}$ es inicialmente positivo pero con un nivel bajo; en algún punto luego de que las reservas hayan caído lo suficiente, $\dot{w}$ se torna negativo debido a que $C_1'(S)$ es grande y la exploración se hace cero. En este punto el recurso no se ha agotado, pero desapareció el incentivo para incorporar nuevas reservas. Con reservas iniciales grandes pero costo de extracción pequeño en relación al precio y al costo de exploración, no existe incentivo para mantener un stock de reservas grande y por lo tanto la actividad exploratoria será pospuesta hasta el final del horizonte de planeamiento. Si las reservas son inicialmente muy pequeñas, el precio comienza desde un nivel alto y cae a medida que las reservas crecen como resultado de las actividades de exploración y luego aumenta suavemente cuando las reservas declinan. La exploración también declina. Mientras las reservas caen el precio debe aumentar, hasta que la demanda, la actividad exploratoria y el beneficio de la última unidad extraída del recurso se hacen cero simultáneamente. Si en cambio los costos de extracción son pequeños, la exploración puede caer más rápidamente debido a que no existe incentivo para acumular demasiadas reservas. Luego, mientras la extracción aumenta, $\dot{w}$ puede ser positivo pero finalmente se hace negativo y la exploración cae a cero.

3. Ejercicios de simulación de modelos de explotación de petróleo. Aplicación a la cuenca neuquina

3.1 Generalidades

En esta sección se realizan ejercicios de simulación para examinar numéricamente las características de las soluciones de dos modelos de explotación de petróleo similares a los discutidos en la sección 2. En primer término se considera el caso de una empresa competitiva cuyo objetivo es la maximización de beneficios suponiendo una base de reservas del recurso fija. En segundo lugar se considera a la misma empresa pero con la posibilidad de incorporación de reservas a través de las actividades de exploración.

Para realizar las simulaciones en ambos casos, se especifican formas funcionales sencillas, con datos de petróleo de la cuenca neuquina correspondientes al año 1993. Los ejercicios se realizan utilizando el programa PHASER[38] que es un simulador de sistemas dinámicos que permite analizar el comportamiento de sistemas de ecuaciones diferenciales o en diferencias a través de experimentos en computadoras personales.

3.2 Modelo de explotación del recurso con reservas fijas

Aquí se considera el caso de una empresa competitiva que se enfrenta a un precio p que crece en forma exponencial a la tasa π . Se supone que las

[38] Kocak, H., *Differential and Difference Equations through Computer Experiments*, Springer-Verlag, New York, 1986.

reservas del recurso S son fijas, que el costo de extracción depende inversamente del nivel de reservas remanentes y que el costo marginal es positivo y creciente, de manera que la función se expresa como $C_1(S)q^2\ con\ C'_1(S) < 0, C'_1(q) > 0\ y\ C''_1(q) > 0$. Siendo q la tasa de extracción y r la tasa de descuento, la función objetivo de este problema se expresa como:

$$MaxW = \int_0^{\infty} \left[qp - C_1(S)q^2\right] e^{-rt} dt \quad (2.1)$$

$$\text{sujeta a } \dot{S} = -q$$

$$S \geq 0; q \geq 0$$

El hamiltoniano correspondiente y las condiciones de primer orden son las siguientes:

$$H = qpe^{-rt} - C_1(S)q^2e^{-rt} + \lambda(-q) \quad (2.2)$$

$$\partial H / \partial q = pe^{-rt} - 2C_1(S)qe^{-rt} - \lambda = 0 \quad (2.3)$$

$$-\partial H / \partial S = \lambda \ = C'_1(S)q^2e^{-rt} = 0 \quad (2.4)$$

La solución de este sistema de ecuaciones establece la trayectoria óptima para el nivel de extracción que junto a la evolución de las reservas y del precio describen el comportamiento del modelo; estas ecuaciones se presentan a continuación:

$$\dot{q} = \left[\pi p - rp + C'_1(S)q^2 + 2rC_1(S)q\right] / 2C_1(S) \quad (2.5)$$

$$\dot{S} = -q \quad (2.6)$$

$$\dot{p} = \pi p \quad (2.7)$$

Para analizar el comportamiento de este sistema dinámico de tres dimensiones en el simulador Phaser, es necesario especificar la forma funcional del costo y establecer los valores de los pasámetros, junto con las condiciooes iniciales. Para simplificar el ejercicio se adopta una forma funcional sencilla para el costo que refleje la relación inversa existente entre el mismo y el tamaño de las reservas [39]. Esto arroja para el parámetro m un valor de 206 por lo que la función de costo total de extracción que se considera es $C_1(S)q^2 = (206/S)q^2$ expresada en millones de pesos por millones de m3. Se supone además que las condiciones iniciales se corresponden con las de 1993 para el caso considerado siendo: $q_0 = 18; S_0 = 141; p_0 = 70$, adoptando para la tasa de descuento un valor de r=0,08 y para la tasa de crecimiento del precio $\pi = 0,05$. Sólo se considera la evolución temporal de las variables (condiciones de primer orden) debido a que el programa utilizado no permite analizar las condiciones de segundo orden para sistemas con dimensión mayor que dos, como el caso aquí considerado (tres dimensiones). A partir de la modificación del valor de los parámetros y de las condiciones iniciales se efectúan distintos ejercicios de dinámica comparada que permiten extraer algunas conclusiones.

Si se modifica el nivel inicial de reservas se observa que para un volumen menor al considerado en el ejercicio original, S=70, la extracción decrece más rápidamente y se detiene antes en el tiempo. Si en cambio se considera un nivel de reservas mayor, S=300, la extracción decrece en forma suave y se detiene más tarde. El nivel inicial de reservas determina en este caso el nivel de extracción, en el sentido en que cuanto mayores son las reservas más se extrae debido a que existe agotamiento físico completo y que no se considera la incorporación de nuevas reservas.

Modificando el nivel inicial de extracción se observa que cuando mayor es la tasa de extracción inicial más rápidamente decrece la misma y se detiene temporalmente antes; mientras que si la condición inicial de q es menor el decrecimiento es más suave y la extracción se detiene más tarde.

---

[39] Se define así el costo de extracción $C_1(S)\,q^2 = (m/S)q^2$. Para calcular m se considera que el costo medio de extracción ponderado según esta sea primaria (84,87%) o secundaria (15,13%) para 1993 asciende a \$20.453,9 por mil m^3 y que el nivel de reservas y de extracción para el mismo período respectivamente es 141 y 14 millones de m^3. El cálculo de este parámetro no se realiza econométricamente por falta de datos.

El efecto de la modificación en el parámetro m de la función de costo ($(m/S)q^2$) permite observar que cuando m disminuye las reservas se agotan más rápidamente; esto se debe a que es menor la incidencia que tiene en el costo total el efecto agotamiento de reservas y por lo tanto no es necesario mantener las reservas en un nivel alto.

En relación al parámetro de crecimiento del precio π se observa, que a medida que la tasa de crecimiento del precio aumenta, la pendiente de la trayectoria de extracción se torna más empinada. En particular cuando $\pi - r>0$, $\dot{q}$ es mayor y la extracción es muy rápida. Si $\pi - r<0$, $\dot{q}$ es menor y la trayectoria de extracción presenta un perfil más plano.

Los efectos que provoca la variación en la tasa de interés sobre la extracción y el nivel de reservas permiten establecer que en la medida en que r crece, la extracción se detiene más tarde en el tiempo y las reservas se agotan en un horizonte más lejano.

3.3 Modelo de explotación del recurso con incorporación de nuevas reservas

Aquí también se considera como en el caso antes planteado una empresa competitiva que enfrenta un precio p que crece en forma exponencial a la tasa π. A diferencia del modelo anterior (sección 3.2) se permite la incorporación de nuevas reservas a través de la actividad exploratoria. El incentivo para incorporar nuevas reservas a las existentes se basa en la dependencia que tiene el costo de extracción del nivel de reservas, que provoca una disminución del mismo a medida que estas aumentan.

El costo de extracción es el mismo que en el caso anterior, esto es $C_1(S)q^2 \; con \; C'_1(S)<0, C'_1(q)>0 \; y \; C''_1(q)>0$[40]. La incorporación de nuevas reservas ocurre en respuesta al nivel de esfuerzo exploratorio w, que se puede representar a través del número de pozos explorados. La tasa

[40] La función de costo considerada es diferente a la de Pindyck (ver 2.4)que es $C_1(S)q$. Esta modificación se realiza para evitar que el hamiltoniano del problema sea lineal en q.

del flujo de adiciones a las reservas existentes depende positivamente del número de pozos perforados w, y negativamente del nivel acumulado de descubrimientos x, de manera de representar la incidencia que tiene el grado de madurez de la cuenca sobre el descubrimiento de reservas. Esto permite expresar la función de producción de reservas como $\dot{x} = f(w,x) con f_w > 0 y f_x < 0$. El costo del esfuerzo exploratorio es $C_2(w) con C_2'(w) > 0 y C_2''(w) > 0$.

El problema del productor consiste en maximizar el valor presente de los beneficios de manera que su función objetivo se expresa como:

$$Max\, W = \int_0^{\infty} \left[qp - C_1(S)q^2 - C_2(w)\right] e^{-rt} dt \quad (3.1)$$

sujeta a

$$\dot{S} = \dot{x} - q \quad (3.2)$$

$$\dot{x} = f(w,x) \quad (3.3)$$

$$S \geq 0; q \geq 0; w \geq 0; y\ x \geq 0$$

El hamiltoniano correspondiente y las condiciones de primer orden son las siguientes:

$$H = qpe^{-rt} - C_1(S)q^2e^{-rt} - C_2(w)e^{-rt} + \lambda_1\left[f(w,x) - q\right] + \lambda_2 f(w,x) \quad (34)$$

$$\partial H / \partial q = pe^{-rt} - 2qC_1(S)e^{-rt} - \lambda_1 = 0 \quad (3.5)$$

$$\partial H / \partial w = -C_2'(w)e^{-rt} + \lambda_1 f_w + \lambda_2 f_w = 0 \quad (3.6)$$

$$-\partial H / \partial S = \dot{\lambda}_1 = C_1'(S)q^2e^{-rt} \quad (3.7)$$

$$-\partial H / \partial x = \dot{\lambda}_2 = -(\lambda_1 + \lambda_2)f_x \quad (3.8)$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones se obtienen las trayectorias optimales de la tasa de extracción y de la actividad exploratoria, que junto con la trayectoria de las reservas, de los descubrimientos acumulados y el precio describen el comportamiento dinámico del modelo:

$$\dot{q} = \left[p(\pi - r) + C_1'(S)(q^2 - 2qf) + r2qC_1(S) \right] / 2C_1(S) \quad (3.9)$$

$$\dot{w} = \left\{ C_2'(w)\left[(f_{wx} / f_w)f - f_x + r \right] + C_1'(S)f_w(q^2 - 2qf) + \right.$$

$$\left. C_1(S)2qrf_w \right\} / \left[C_2''(w) - C_2'(w)(f_{ww} / f_w) \right] \quad (3.10)$$

$$\dot{S} = f(w,x) - q \quad (3.11)$$

$$\dot{x} = f(w,x) \quad (3.12)$$

$$\dot{p} = \pi p \quad (3.13)$$

En relación al caso considerado en la sección (2.4) es importante destacar una diferencia. Este modelo permite obtener la trayectoria óptima de la extracción del recurso suponiendo exógena la tasa de crecimiento del precio. En su modelo Pindyck[41] determina el sendero óptimo del precio en el análisis del comportamiento de la firma, debido a que considera simultáneamente una condición de equilibrio de mercado utilizando una función de demanda convencional. La tasa de extracción no surge como resultado de las condiciones de primer orden por la linealidad del hamiltoniano con respecto a q, por lo que para salvar esta dificultad en el caso aquí planteado se modifica la función de costo de extracción.

Para analizar el comportamiento de este sistema dinámico de cinco dimensiones en el simulador PHASER, es necesario especificar la forma funcional de C_1, C_2, y $\dot{x}$ y establecer los valores de los parámetros del sistema como también las condiciones iniciales. Para simplificar el ejercicio se adoptan formas funcionales sencillas en todos los casos. Se define así el mismo costo de extracción utilizado en la sección anterior $C_1(S)q^2 = (206 / S)q^2$. Para el costo de exploración $C_2(w)$ se define w como el número de pozos perforados por año, que para 1993 asciende a 66. Considerando que el costo correspondiente es de 1,7 millones de pesos por pozo para el mismo período

[41] Pindyck, R., *op. cit.*

y suponiendo como forma funcional $C_2(w) = bw^2$, la función queda definida como $C_2 = 0{,}257w^2$[42], expresada en millones de pesos. La función $\dot{x} = f(w,x)$ con $f_w > 0$ y $f_x < 0$ se modifica sustancialmente en relación al planteo teórico; en el ejercicio $\dot{x}$ no depende de los descubrimientos acumulados, esto implica que el grado de madurez de la cuenca no incide en el descubrimiento de nuevas reservas. El hecho de no considerar el efecto agotamiento en la etapa exploratoria obedece a la imposibilidad de contar con datos que permitan estimar una función de producción de reservas como la utilizada originariamente en el modelo. Esta se reemplaza por $\dot{x} = f(w)$ que se especifica como $\dot{x} = aw$, siendo el parámetro a la relación existente entre el descubrimiento de nuevas reservas y el número de pozos de exploración perforados expresada en millones de m^3. Para el período considerado el valor de a[43] es 0,595 y $\dot{x} = 0{,}595\,w$. La simplificación de esta función obliga a la redefinición de la expresión correspondiente a la trayectoria óptima de w (ecuación (3.10)), que con f_x=0, f_{wx}=0 y f_{ww}=0 es:

$$\dot{w} = \left\{C_2'(w)r + C_1'(S)f_w(q^2 - 2qf) + C_1(S)2qrf_w\right\} / \left[C_2''(w)\right] \quad (3.14)$$

Los resultados obtenidos y algunos ejercicios de dinámica comparada realizados se presentan a continuación. Se supone en primer término que las condiciones iniciales se corresponden con las de 1993; esto es $q_0 = 18;\ w_0 = 66;\ S_0 = 141;\ x_0 = 378\ y\ p_0 = 70$; se adopta para la tasa de descuento un valor de r=0,08 y para la de crecimiento del precio π=0,05.

La trayectoria óptima de la tasa de extracción del recurso crece en un principio en forma menos que proporcional y alcanza un valor de estado estacionario en $\bar{q} = 70, con\ \bar{w} = 118\ y\ \bar{S} = 193$. Este resultado es similar al

[42] El cálculo del parámetro b no se realiza econométricamente por falta de datos.
[43] El cálculo del parámetro a no se realiza econométricamente por falta de datos.

alcanzado por Pindyck[44]. La razón por la cual se puede mantener indefinidamente en el tiempo un nivel de extracción del recurso constante se encuentra en el supuesto de no existencia de efecto agotamiento físico del recurso en la función de exploración; al no depender la incorporación de reservas de los descubrimientos acumulados, el grado de madurez de la cuenca no incide en el nivel de descubrimientos y éstos dependen proporcionalmente sólo del número de pozos perforados; ésto permite que en forma permanente y constante (dependiendo de w) se incorporen nuevas reservas que sostienen un determinado nivel de extracción a lo largo del tiempo.

El número de pozos perforados y el nivel de reservas crecen al principio, alcanzando luego un valor de estado estacionario ($\overline{w} = 118$) y ($\overline{S} = 193$).

El volumen acumulado de descubrimientos, luego de crecer al principio a una tasa creciente, continúa creciendo a una tasa constante; esto es consecuencia de que el número de pozos perforados, una vez alcanzado el estado estacionario, es constante en el tiempo (recuérdese que $\dot{x} = aw$), y entonces en cada período los descubrimientos también lo son proporcionalmente al número de pozos de exploración perforados.

El estado estacionario alcanzado para el nivel de extracción y el número de pozos perforados es independiente del nivel de reservas inicial; en cambio el valor de estado estacionario de las reservas depende del nivel inicial de las mismas; cuando mayor es el nivel inicial mayor es el valor de estado estacionario. En este modelo las reservas son endógenas, y se incrementan a través del esfuerzo exploratorio si son pequeñas o caen, producto de la disminución del número de pozos perforados, si son muy grandes.

El estado estacionario de la tasa de extracción q depende de la condición inicial que se defina para esa variable; esto puede apreciarse en el Gráfico 1; cuanto menor es el valor de q_0 (ej. q_0 =9)) el estado estacionario

[44] Pindyck,R., *op. cit.*, p. 852.

se alcanza a valores de q mayores ($\overline{q} = 83$); si el valor inicial es muy grande $q_0 = 50$, la tasa de extracción cae fuertemente y alcanza un valor de estado estacionario menor ($\overline{q} = 23$) . Si la extracción del recurso es intensa inicialmente, es necesario para ubicarse en el sendero de máximo beneficio compensarla con una reducción importante de la misma. Ocurre exactamente lo contrario si se parte de un nivel de extracción bajo. Las trayectorias correspondientes al número de pozos perforados y a las reservas cuando cambia la condición inicial de la tasa de extracción q_0 se presentan en los Gráficos 2 y 3 respectivamente. Si el ritmo de extracción inicial es pequeño y la extracción crece, el número de pozos perforados también lo hace; en cambio si el nivel de extracción inicial es grande y la extracción decrece, la exploración también decrece hasta ajustarse a un valor menor. La evolución de w acompaña a la tasa de extracción, creciendo cuando q crece y disminuyendo cuando q decrece. El comportamiento de las reservas es similar; cuando q aumenta resulta necesario incrementar el valor de las reservas por el efecto que éstas tienen sobre el costo de extracción (a mayores reservas menor costo medio); este incremento de reservas es producto de un aumento en la actividad exploratoria (w). El resultado es simétrico para el caso en que la tasa de extracción disminuye.

El valor estacionario de la tasa de extracción también depende de la condición inicial de w, w_0. Cuanto mayor es el nivel inicial de w mayor es el valor de estado estacionario alcanzado. Ocurre lo mismo con el valor estacionario del número de pozos perforados $\overline{w}$ y con el de las reservas $\overline{S}$ cuánto mayor es el nivel inicial de w mayores son los valores de estado estacionario de w y S. Si el ritmo inicial al cual se viene explorando es alto, las reservas aumentan, el costo medio de extracción se reduce, permitiendo un nivel de extracción mayor.

En todos los casos analizados se presentan valores de estado estacionario para la tasa de extracción, el número de pozos perforados y el volumen de reservas; los valores de estado estacionario son independientes del nivel inicial de reservas pero difieren según las condiciones iniciales que se establezcan para q y w. Una vez alcanzado el estado estacionario para q, w y S el nivel de extracción se sostiene con los nuevos descubrimientos, extrayéndose exactamente lo que se descubre, esto es $q = aw$. El valor de $\overline{S}$ depende de la relación existente entre el nivel de reservas y el costo medio de extracción. Las variables se estabilizan en el mismo momento del tiempo (T=10); lo que varía en cada caso es la tasa a la cual las variables se ajustan al estado estacionario.

Conclusiones

A lo largo de este trabajo se han tratado diversos aspectos económicos de los recursos naturales en general y de los recursos no renovables en particular. A continuación se presentan en forma sintética los aspectos más importantes de los tópicos considerados.

La percepción del stock de un recurso natural como un activo de capital convierte a la tasa de interés en un parámetro fundamental de la decisión de extracción inmediata o postergación de la misma. La vinculación existente entre el stock del recurso natural, su precio y la tasa de interés se conoce como regla de Hotelling y expresa que el stock del recurso natural se ajustará hasta conseguir que la tasa de crecimiento de su precio se iguale con la tasa de interés que representa el costo de oportunidad del capital.

La explotación de un recurso natural de propiedad común con acceso libre (aporte de Gordon) conduce a una tasa de extracción ineficientemente alta en el sentido paretiano (y en consecuencia provoca la sobreexplotación del mismo), que encuentra su límite en la disipación de la renta del recurso. La consideración de la propiedad común incorpora los efectos externos al análisis de la explotación de los recursos naturales, identificándose dos planteos diferentes referidos a la búsqueda de su solución; uno basado en la creación de incentivos de mercado y otro que propone mecanismos de intervención directa.

Desde una perspectiva macroeconómica del manejo de los recursos naturales y en el ámbito de un modelo de crecimiento neoclásico, Hartwick demuestra (bajo ciertas condiciones) que si la sociedad invierte la renta proveniente de un recurso natural no renovable en bienes de capital reproducibles y consume el producto restante, el sendero de consumo permanece constante en el tiempo, lo que en términos del criterio de equidad intergeneracional de Solow implica una solución óptima.

En el segundo capítulo del trabajo se presentan distintos modelos de explotación de recursos naturales no renovables. En primer término se consideran los más sencillos que adoptan el supuesto de costo de extracción nulo y un stock de reservas iniciales fijo, considerando en un caso una estructura de mercado competitiva y en el otro la existencia de monopolio. De la comparación de la estructura de mercado monopólica con la competitiva surge que inicialmente la explotación del recurso es más intensa y consecuentemente el agotamiento es más rápido en condiciones competitivas en relación al monopolio. Si bien este resultado, habitual en la teoría económica, puede sugerir que el monopolio es una estructura conservacionista del recurso, debe tenerse en cuenta que es válido sólo bajo ciertas circunstancias y que se ha arribado a la conclusión opuesta bajo los supuestos de costos de extracción constantes y elasticidad de la demanda creciente en relación al consumo.

Los modelos que siguen incorporan formalmente el vínculo existente entre los efectos del agotamiento y escasez del recurso y el costo de extracción. Dentro de éstos, el caso más simple considera una base del recurso fija, y permite concluir que las restricciones sobre la oferta del recurso provienen de la existencia de costos de producción crecientes más que de límites físicos. Además permite evidenciar que el valor de las reservas se determina no sólo por su tamaño físico sino también por su contribución a la disminución del costo de extracción.

La consideración de producción conjunta de recursos permite establecer que las decisiones de extracción dependen del tamaño de los stocks de ambos recursos, a través de su influencia en el costo de extracción, e incorpora otro estadio en el proceso de oferta vinculado con el refinamiento y el procesamiento requerido para separar los recursos extraídos.

Relajando el supuesto de inexistencia de interacción entre las decisiones de una empresa y los costos de las otras, se plantea la explotación de un recurso no renovable de propiedad común bajo condiciones de libre acceso. Se demuestra una tendencia hacia la sobreexplotación del mismo, debido a que cada firma ignora su contribución al efecto agotamiento y extrae hasta que el precio y el costo medio de extracción se igualan.

Al final del capítulo dos se discute un modelo que considera la incorporación de nuevas reservas a través del proceso de exploración. Este demuestra la existencia de un *trade-off* intertemporal que equilibra la ganancia de posponer la exploración (debido a que sus costos pueden ser descontados) con la pérdida de tener un costo de producción corriente mayor resultante de una menor base de reservas. Si las reservas iniciales son grandes el costo de extracción es pequeño y la exploración se puede posponer para el futuro; en cambio si las reservas iniciales son pequeñas, la exploración ocurrirá tempranamente para aumentar la base de reservas comprobadas. También permite concluir que el precio del recurso crece más lentamente cuando se considera la exploración que en el caso con reservas fijas.

En la última sección se realizan ejercicios de simulación que permiten examinar numéricamente las características de dos modelos de explotación de petróleo utilizando datos de la cuenca neuquina. El primero de ellos supone que no hay descubrimientos y entre otros elementos permite concluir que el nivel inicial de reservas determina la tasa de extracción en cada momento; cuanto mayores son las reservas más se extrae debido a que existe agotamiento físico completo porque el costo marginal de extracción considerado es pequeño en relación al precio del recurso que no está acotado. El segundo modelo considera la incorporación de reservas a través de la actividad exploratoria. Aquí surgen valores de estado estacionario para la tasa de extracción, el número de pozos perforados y el volumen de reservas. La razón por la cual se mantiene en el tiempo un determinado nivel de extracción se debe al supuesto de no existencia de efecto agotamiento del recurso en la función de exploración. Una vez alcanzado el estado estacionario para $\overline{q}$, $\overline{w}$ y $\overline{S}$ el nivel de extracción se mantiene con los nuevos descubrimientos, extrayéndose exactamente lo que se descubre.

Una limitación importante del trabajo se encuentra en la ausencia de una explicación de cómo la incertidumbre influye en el tratamiento económico de los recursos naturales no renovables. Los precios futuros son inciertos debido a cambios impredecibles en la demanda, a cambios en la estructura del mercado y a la incorporación o eliminación de restricciones regulatorias. Los costos futuros son inciertos debido al conocimiento imperfecto de las características geológicas de los depósitos de recursos, al conocimiento imperfecto del tamaño del stock de reservas no desarrolladas y al cambio tecnológico. El reconocimiento de la incertidumbre plantea como línea futura de análisis la discusión de temas como la actitud de los agentes frente al riesgo, la forma en que se determinan sus expectativas acerca de los eventos futuros y la revisión de los modelos de producción de recursos naturales no renovables en condiciones de incertidumbre como los de Pesaran[45] (1990) y Devarajan y Fisher[46] (1982), así como también la alternativa que considera las opciones planteadas por Dixit y Pindyck[47] (1994).

Andrea Castellano
Departamento de Economía
Universidad Nacional del Sur

BIBLIOGRAFIA

Anderson, F., *Natural Resources in Canada. Economic Theory & Policy*, Nelson Canadá, Ontario, 1991.

Bohi, D. and Toman, M., *Analysing Nonrenewable Resource Supply*, Resources for the Future, Washington D.C., 1.984.

[45] Pesaran, M., *op.cit.*

[46] Devarajan, S. and Fisher, A., *op.cit.*

[47] Dixit, A.K. and Pindyck, R.S., *Investment under Uncertainty,* Princeton University Press, Princeton, N.Y, 1994.

Clark, C., *Mathematical Bioeconomics: The Optimal Management of Renewable Resources*, John Wiley & Sons, New York,,1976.

Conrad, J. and Clark,C., *Natural Resource Economics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1987.

Chisari, O. and Navajas, F., *Environmental Resources, Public Inputs and Fiscal Constraints,* 1990, mimeo.

——— "Comercio Internacional y Política Ambiental", *CEI*, 1993, p. 25-26.

Dasgupta, P. and Heal, G., "The Optimal Depletion of Exhaustible Resources", *Review of Economic Studies*, Symposium, 1974.

——— *Economic Theory and Exhaustible Resources*, Cambridge University Press, Cambridge, 1979.

Dasgupta, P., *The Control of Resources*, Basil Blackwell, Oxford, 1982.

Delfino, J., "Los Sistemas Fiscales y la Explotación de Recursos Naturales: El Caso del Petróleo en la Argentina", *Anales XXII Jornadas de Finanzas Públicas*, Córdoba, 1989.

Devarajan, S. and Fisher, A., " Exploration and Scarcity", *Journal of Political Economy,* Vol. 90, Nro.6, 1982, p. 1279-1290.

Dixit, A.K. and Pindyck, R.S., *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, Princeton, N.Y., 1994.

Eskeland, G. and Jimenez, E., *Choosing Policy Instruments for Pollution Control: a Review*, Country Economics Department, The World Bank, WPS 624, 1991.

Gordon, H., "The Economic Theory of a Common Property Resource: The Fishery", *Journal of Political Economy*, 1954, p.124-142.

Hartwick, J., "Intergenerational Equity and The Investing of Rents from Exhaustible Resources", *The American Economic Review,* Vol.67, 1997.

——— "Substitution Among Exhaustible Resources and Intergenerational Equity", *Review of Economics Studies,* Nro.45, 1978, p.347-54.

Hotelling, H., "The Economics of Exhaustible Resources", *Journal of Political Economy*, Nro.39,1931,p.137-175.

Intrilligator, M., *Mathematical Optimization and Economic Theory,* Prentice Hall, New York, 1971.

Kamien, M. and Schwartz, N., *Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management*, North Holland, New York, 1981.

Kocak, H., *Diferential and Difference Equations Through Computer Experiments,* Springer-Verlag, New York, 1986.

Kreps, D., *Curso de Teoría Microeconómica*, Mc. Graw Hill, Madrid, 1995,

Kuller, R. and Cummings, R., "An Economic Model of Production and Investment for Petroleum Reservoirs", *The American Economic Review*, Vol.64, Nro.1, 1974, p. 66-79.

Lewis, T., Matthews, S. and Burness, S., "Monopoly and the Rate of Extraction of Exhaustible Resources: Note", *The American Economic Review,* March 1979, p.227-230.

Maler,K., "Comment on R. M. Solow, On the Intergenerational Allocation of Natural Resources", *Scandinavian Journal of Economics*, Nro.88, 1986, p.151-52.

Maler, K.G., Dasgupta, P., and Kristom,B., "Current Issues in Resource Accounting", *Beijer Discussion Paper Series*, Nro.47, Estocolm, 1994.

Naciones Unidas, "Integrated Environmental and Economic Accounting", *Studies in Methods*, serie F, Nro.61, Interim Version, New York, 1993.

Pesaran, M., "An Econometric Analysis of Exploration and Extraction of Oil in the U.K. Continental Shelf", *The Economic Journal,* Nro.100,1990, p.367-390.

Pindyck, R., "The Optimal Exploration and Production of Nonrenewable Resources", *Journal of Political Economy,* Vol. 86, Nro.5, 1978, p. 841-861.

———— "The Optimal Production of an Exhaustible Resource when Price is Exogenous and Stochastic", *Scandinavian Journal of Economics*, Vol.83, Nro.2, 1981, p. 277-289.

Rosen, H., *Manual de Hacienda Pública*, Ariel Economía, Barcelona, 1987.

Solow,R., "On The Intergenerational Allocation of Natural Resources", *Scandinavian Journal of Economics,* Nro.88, 1986, p.141-49.

Stiglitz, J.E., "Monopoly and the Rate of Extraction of Exhaustible Resources", *The American Economic Review,* September 1976, p. 655-661.

Tietemberg, T., *Environmental and Natural Resource Economic*, Harper Collins, New York, 1992.

Uhler, R., "Costs and Supply in Petroleum Exploration: The Case of Alberta", *Canadian Journal of Economics*, IX, Nro.1,1976, p. 72-90.

Varian, H., *Análisis Microeconómico,* Antoni Bosch, Barcelona, 1992.

Visintini, A., "La Renta de Los Recursos Naturales en Argentina", *Estudios,* Nro. 55, 1990, p. 99-115.

Weitzman, M., "Free Access vs. Private Ownership as Alternative Systems for Managing Common Property", *Journal of Economic Theory*, Nro. 8, 1974, p. 25-34.